

Archeoastronomia quantitativa, allineamenti stellari e calcolo delle effemeridi nelle architetture monumentali

Introduzione alla scienza archeoastronomica

L'archeoastronomia è una disciplina scientifica che indaga le conoscenze astronomiche delle civiltà antiche attraverso l'analisi quantitativa dei loro monumenti, delle pratiche rituali e dei manufatti. Questa scienza interdisciplinare combina metodologie astronomiche, archeologiche, antropologiche e statistiche per decifrare come le popolazioni del passato comprendessero e utilizzassero i fenomeni celesti. La peculiarità dell'approccio archeoastronomico risiede nella sua capacità di trasformare le pietre silenziose in testimoni eloquenti di sofisticate osservazioni astronomiche, rivelando che molte strutture monumentali non erano semplicemente edifici religiosi o sepolcrali, ma autentici strumenti scientifici costruiti per osservare, registrare e predire i movimenti dei corpi celesti.

Il passaggio da un'archeoastronomia puramente descrittiva a una disciplina rigorosamente quantitativa è avvenuto grazie allo sviluppo di metodi statistici capaci di distinguere gli allineamenti intenzionali da quelli casuali, e all'utilizzo di software astronomici che permettono il calcolo retroattivo delle posizioni stellari attraverso millenni di storia. Questo approccio quantitativo ha trasformato speculazioni suggestive in ipotesi scientificamente verificabili, sottoponendo ogni presunto allineamento astronomico a test statistici rigorosi e a confronti con modelli matematici della meccanica celeste.

Stonehenge: il paradigma dell'osservatorio megalitico

Stonehenge, il celebre monumento megalitico situato nella piana di Salisbury in Inghilterra meridionale, rappresenta forse l'esempio più iconico e studiato di astronomia codificata in architettura. La sua costruzione si è sviluppata attraverso diverse fasi tra il 3100 e il 1600 prima dell'era volgare, culminando nella configurazione del cerchio di sarsen e del trilite centrale che conosciamo oggi. L'orientamento principale del monumento è definito dall'asse che attraversa il centro del cerchio megalitico, passa tra i due triliti più interni e si estende verso la Heel Stone, un grande masso di arenaria posizionato all'esterno del vallo circolare.

L'azimut di questo asse, misurato con strumentazione moderna di alta precisione, risulta essere di 49,9 gradi rispetto al nord vero. Questo valore acquisisce un significato astronomico profondo quando lo si confronta con l'azimut teorico del sorgere del Sole durante il solstizio d'estate alla latitudine di Stonehenge (51,18 gradi nord) nel periodo della costruzione finale del monumento, intorno al 2500 prima dell'era volgare. Il calcolo dell'azimut solare solstiziale richiede la considerazione di diversi fattori astronomici e

topografici: la declinazione del Sole al solstizio d'estate, la latitudine del sito, la rifrazione atmosferica all'orizzonte e l'altezza dell'orizzonte locale nella direzione di osservazione.

La formula fondamentale per calcolare l'azimut del sorgere di un corpo celeste è espressa dalla relazione trigonometrica: $\cos(A) = [\sin(\delta) - \sin(\varphi)\sin(h)] / [\cos(\varphi)\cos(h)]$, dove A rappresenta l'azimut misurato dal nord verso est, δ è la declinazione del corpo celeste, φ indica la latitudine geografica del luogo di osservazione e h esprime l'altezza angolare dell'orizzonte. Per il solstizio d'estate nel 2500 prima dell'era volgare, la declinazione solare massima era di circa 23,91 gradi, leggermente superiore ai 23,44 gradi attuali a causa delle variazioni a lungo termine dell'obliquità dell'eclittica.

Considerando un orizzonte alla quota di circa 0,5 gradi, valore tipico della piana di Salisbury nella direzione nord-est, e applicando una correzione per la rifrazione atmosferica standard di circa 0,57 gradi all'orizzonte, il calcolo fornisce un azimut teorico di circa 50,2 gradi. La differenza tra il valore misurato di 49,9 gradi e quello calcolato di 50,2 gradi è di soli 0,3 gradi, ovvero circa mezzo diametro solare apparente. Questa corrispondenza straordinaria non può essere frutto del caso e dimostra che i costruttori di Stonehenge possedevano una comprensione precisa del comportamento del Sole ai solstizi e della capacità tecnica di materializzare questa conoscenza in un allineamento architettonico permanente.

L'analisi statistica della significatività di questo allineamento richiede il confronto con l'ipotesi nulla secondo cui l'orientamento del monumento sarebbe casuale. Dato che l'azimut potrebbe teoricamente assumere qualsiasi valore tra zero e 360 gradi, la probabilità che un orientamento casuale cada entro un margine di tolleranza di più o meno un grado dall'azimut solstiziale teorico è di circa due su 360, ovvero 0,0056. Tuttavia, questa stima è eccessivamente semplificata perché non considera che potrebbero esistere molteplici direzioni astronomicamente significative. Un'analisi più sofisticata deve considerare tutti i possibili eventi astronomici osservabili, inclusi i solstizi sia d'estate che d'inverno, gli equinozi, e potenzialmente i punti estremi delle escursioni lunari.

La Luna, infatti, compie un ciclo complesso con un periodo di 18,61 anni durante il quale i punti estremi del suo sorgere e tramontare si spostano lungo l'orizzonte. Ai punti di massima escursione, chiamati lunistizi maggiori, la Luna sorge e tramonta con declinazioni che superano quelle del Sole ai solstizi. Alcuni ricercatori, in particolare Alexander Thom negli anni Sessanta e Settanta del secolo scorso, hanno proposto che Stonehenge e altri monumenti megalitici britannici fossero utilizzati per tracciare questi cicli lunari complessi. Le famose Aubrey Holes, una serie di 56 buche disposte in cerchio all'interno del vallo di Stonehenge, sono state interpretate da alcuni studiosi come un possibile dispositivo per predire le eclissi, basandosi sul fatto che il numero 56 è vicino a tre cicli di Draconic month (il periodo di 27,21 giorni che impiega la Luna per tornare allo stesso nodo dell'orbita), che totalizzano 81,63 giorni, moltiplicati per un fattore appropriato.

Tuttavia, queste interpretazioni più elaborate rimangono controverse e richiedono ulteriori conferme. Ciò che risulta indiscutibile è l'allineamento solstiziale principale, che è stato verificato attraverso osservazioni dirette del sorgere del Sole al solstizio d'estate visto da Stonehenge, documentate fotograficamente e cinematograficamente in numerose occasioni. La persistenza di questa tradizione osservativa fino ai giorni nostri, quando migliaia di

persone si radunano ancora a Stonehenge all'alba del solstizio d'estate, testimonia la forza duratura di questo legame architettonico-astronomico stabilito oltre quattromila anni fa.

Un aspetto particolarmente affascinante riguarda la precessione degli equinozi e il suo effetto sugli allineamenti di Stonehenge. La precessione è un lento movimento conico dell'asse di rotazione terrestre causato principalmente dall'attrazione gravitazionale della Luna e del Sole sul rigonfiamento equatoriale del nostro pianeta. Questo fenomeno fa sì che il polo celeste nord descriva un cerchio completo nella sfera celeste in un periodo di circa 25.772 anni, secondo i calcoli moderni. La conseguenza principale della precessione è che le coordinate equatoriali di tutte le stelle cambiano gradualmente nel tempo, e anche la posizione degli equinozi lungo l'eclittica si sposta, retrocedendo di circa 50,29 secondi d'arco all'anno.

Tuttavia, per quanto riguarda i solstizi e gli allineamenti verso il Sole, la precessione ha un effetto relativamente limitato perché i solstizi sono definiti rispetto all'eclittica piuttosto che all'equatore celeste. Ciò che cambia nel tempo è principalmente l'obliquità dell'eclittica, ovvero l'angolo tra il piano equatoriale terrestre e il piano dell'orbita terrestre. Questa obliquità non è costante ma varia lentamente a causa delle perturbazioni gravitazionali degli altri pianeti sul piano orbitale terrestre. Attualmente l'obliquità è di circa 23,44 gradi e sta diminuendo a un ritmo di circa 47 secondi d'arco per secolo.

Nel 2500 prima dell'era volgare, l'obliquità era di circa 23,91 gradi, il che significa che il Sole al solstizio d'estate raggiungeva una declinazione maggiore di circa 0,47 gradi rispetto a oggi. Questa differenza si traduce in uno spostamento dell'azimut del punto di levata solare di circa 0,8 gradi alla latitudine di Stonehenge. Quindi, paradossalmente, l'allineamento di Stonehenge risulta oggi leggermente meno preciso di quanto non lo fosse al momento della sua costruzione, proprio a causa di questi cambiamenti secolari nei parametri orbitali terrestri. Questo fatto costituisce in realtà un'ulteriore conferma della natura intenzionale e della precisione originale dell'allineamento.

Le Piramidi di Giza: precisione cardinale ed allineamenti stellari

Le tre grandi piramidi della piana di Giza, in Egitto, rappresentano forse le strutture antiche più studiate dal punto di vista archeoastronomico e metrologico. La Grande Piramide di Cheope, costruita intorno al 2560 prima dell'era volgare durante la Quarta Dinastia, manifesta un livello di precisione nell'orientamento cardinale che continua a stupire gli studiosi moderni. Misurazioni accurate effettuate utilizzando stazioni totali elettroniche e sistemi GPS differenziali hanno rivelato che i quattro lati della piramide sono allineati ai punti cardinali con un errore medio inferiore a tre primi d'arco, ovvero meno di 0,05 gradi.

Più precisamente, le misurazioni più recenti indicano che il lato nord della Grande Piramide è orientato a circa 0,0467 gradi a ovest del nord vero, il lato sud a 0,0417 gradi a ovest, il lato est a 0,0333 gradi a ovest e il lato ovest a 0,0250 gradi a ovest. Questa precisione è straordinaria considerando che la base della piramide misura circa 230 metri per lato e che la struttura fu costruita utilizzando oltre due milioni di blocchi di pietra calcarea e granito. Per apprezzare pienamente questa precisione, si può considerare che un errore di 0,05 gradi su una base di 230 metri corrisponde a uno spostamento lineare di soli venti centimetri circa agli angoli della struttura.

Il metodo utilizzato dagli antichi costruttori egizi per ottenere questo allineamento così preciso è stato oggetto di numerose teorie. Una delle ipotesi più accreditate, proposta dall'egittologo Mark Lehner e supportata da evidenze sperimentali, suggerisce l'utilizzo del metodo della circonferenza indiana o metodo delle ombre. Questo metodo prevede di piantare un palo verticale (gnomone) nel terreno e di tracciare un cerchio attorno ad esso. Nel corso di una giornata, l'ombra dello gnomone proiettata dal Sole interseca il cerchio in due punti, uno al mattino e uno al pomeriggio. La bisettrice dell'angolo formato dalle linee che congiungono il centro del cerchio con questi due punti indica la direzione nord-sud con grande precisione.

Tuttavia, alcuni ricercatori hanno proposto metodi alternativi basati su osservazioni stellari. Kate Spence, dell'Università di Cambridge, ha sviluppato nel 2000 una teoria particolarmente elegante basata sull'allineamento simultaneo di due stelle circumpolari. Nel 2500 prima dell'era volgare, l'asse di rotazione terrestre non puntava verso la Stella Polare (Polaris, α Ursae Minoris) come oggi, ma si trovava in una posizione intermedia tra le stelle Kochab (β Ursae Minoris) e Mizar (ζ Ursae Majoris). Spence propose che gli egizi avrebbero potuto determinare il nord celeste osservando quando queste due stelle erano perfettamente allineate verticalmente, condizione che si verificava quando esse si trovavano sullo stesso meridiano locale.

La teoria di Spence ha il vantaggio di spiegare non solo l'elevata precisione dell'allineamento, ma anche le piccole variazioni sistematiche negli orientamenti delle diverse piramidi costruite nel corso di diversi decenni, poiché la precessione degli equinozi avrebbe gradualmente spostato la posizione del polo celeste rispetto a queste stelle di riferimento. Utilizzando software di astronomia computazionale per calcolare le posizioni stellari retroattive, Spence dimostrò che gli errori di orientamento delle piramidi corrispondevano quantitativamente agli errori che si sarebbero commessi utilizzando il metodo da lei proposto nelle date di costruzione stimate archeologicamente per ciascuna piramide.

Oltre all'orientamento cardinale, la Grande Piramide presenta caratteristiche architettoniche che suggeriscono allineamenti stellari specifici. All'interno della struttura, due stretti condotti si dipartono dalla Camera del Re e altri due dalla Camera della Regina, puntando verso l'esterno della piramide con angolazioni precise. Per decenni questi condotti furono interpretati come semplici canali di ventilazione, ma le ricerche di Robert Bauval e Adrian Gilbert negli anni Novanta proposero un'interpretazione astronomica che ha generato un intenso dibattito scientifico.

Il condotto sud della Camera del Re ha un'inclinazione di circa 45 gradi rispetto all'orizzontale e punta verso un azimut di circa 180 gradi (sud). Calcoli astronomici retroattivi indicano che intorno al 2500 prima dell'era volgare questo condotto era allineato con il transito al meridiano della cintura di Orione (in particolare della stella centrale Alnitak, ζ Orionis), quando questa costellazione raggiungeva la sua massima altezza nel cielo notturno. La cintura di Orione aveva un'importanza particolare nella religione egizia, essendo associata a Osiride, il dio della morte e della resurrezione.

Il condotto nord della Camera del Re, con un'inclinazione di circa 32,5 gradi, puntava invece verso la stella Alpha Draconis (Thuban), che nel 2500 prima dell'era volgare era molto vicina

al polo celeste nord e rappresentava quindi la stella polare dell'epoca. L'allineamento verso il polo celeste immortale e sempre visibile potrebbe simboleggiare l'aspirazione del faraone defunto all'immortalità e alla sua trasformazione in una stella circumpolare che non tramonta mai.

I condotti della Camera della Regina, situati circa venti metri più in basso, hanno angolazioni diverse. Il condotto sud ha un'inclinazione di circa 39,5 gradi e, secondo i calcoli di Bauval, era orientato verso Sirio (α Canis Majoris), la stella più luminosa del cielo notturno, associata alla dea Iside e il cui sorgere eliaco coincideva con l'inondazione annuale del Nilo, evento cruciale per la civiltà egizia. Il condotto nord della Camera della Regina, con un'inclinazione di circa 39 gradi, puntava verso Kochab (β Ursae Minoris), un'altra stella circumpolare della costellazione dell'Orsa Minore.

Questi allineamenti stellari devono essere valutati con cautela metodologica. Un'analisi statistica rigorosa deve considerare che, dato un numero sufficientemente grande di direzioni architettoniche (lati della piramide, condotti, diagonali, ecc.) e un numero elevato di stelle luminose visibili, esiste una probabilità non trascurabile di trovare coincidenze casuali. Tuttavia, la specificità delle stelle coinvolte (tutte di primaria importanza religiosa e mitologica nella cultura egizia) e la precisione degli allineamenti quando calcolati per l'epoca di costruzione suggeriscono fortemente un'intenzionalità astronomica.

Un test statistico appropriato richiede il calcolo della probabilità che quattro condotti orientati casualmente puntino, entro un margine di tolleranza ragionevole (ad esempio due gradi), verso stelle di magnitudine apparente superiore a 2,5 (le stelle più luminose visibili) nel momento del loro transito o culmine. Considerando che nel cielo notturno visibile dall'Egitto sono presenti circa una ventina di stelle di tale luminosità, e che ciascuna occupa una finestra temporale di circa quattro ore di visibilità ottimale durante la notte, il calcolo bayesiano della probabilità complessiva di quattro coincidenze indipendenti risulta sufficientemente basso da supportare l'ipotesi di intenzionalità, specialmente considerando la rilevanza mitologica delle stelle identificate.

Newgrange: il calendario di pietra irlandese

Newgrange, situato nella valle del Boyne in Irlanda, è un tumulo funerario megalitico costruito intorno al 3200 prima dell'era volgare, rendendolo più antico di Stonehenge e delle piramidi di Giza. La struttura è caratterizzata da un lungo passaggio di circa diciannove metri che conduce a una camera centrale con tre nicchie laterali. La particolarità astronomica più straordinaria di Newgrange è un fenomeno che si verifica esclusivamente durante i giorni immediatamente precedenti e successivi al solstizio d'inverno: un raggio di luce solare penetra attraverso un'apertura speciale sopra l'ingresso, chiamata roof-box, illuminando progressivamente il corridoio centrale fino a raggiungere la camera interna.

Questo fenomeno dura circa diciassette minuti e si verifica solo quando il Sole si trova entro circa un grado dall'azimut preciso del solstizio d'inverno, il che limita la manifestazione a un periodo di circa cinque giorni centrati sul solstizio stesso. La roof-box è una caratteristica architettonica unica, una scatola rettangolare costruita con precisione sopra l'ingresso principale del tumulo, con un'apertura di circa venti centimetri di altezza che funge da finestra per l'ingresso della luce solare. Gli architetti neolitici progettavano deliberatamente

questa apertura con dimensioni e posizione calcolate per permettere ai raggi solari di entrare solo durante il solstizio d'inverno, quando il Sole sorge al suo punto più meridionale sull'orizzonte.

L'analisi quantitativa di questo fenomeno richiede il calcolo dell'angolo di penetrazione solare, che dipende da diversi parametri geometrici e astronomici. L'azimut del corridoio di Newgrange è di circa 135 gradi rispetto al nord vero, orientato quindi verso sud-est. L'altezza della roof-box rispetto al pavimento del corridoio e la lunghezza del passaggio determinano l'angolo di elevazione che i raggi solari devono avere per percorrere tutto il corridoio fino alla camera centrale. Questo angolo è di circa 4,4 gradi sopra l'orizzonte.

Per calcolare se e quando il Sole raggiunge questa combinazione precisa di azimut e altezza, dobbiamo considerare la posizione del Sole al solstizio d'inverno alla latitudine di Newgrange (53,69 gradi nord). Al solstizio d'inverno, la declinazione solare è approssimativamente -23,44 gradi nell'epoca attuale. Utilizzando le formule della trigonometria sferica, possiamo calcolare l'altezza del Sole a un dato azimut mediante la relazione: $\sin(h) = \sin(\varphi)\sin(\delta) + \cos(\varphi)\cos(\delta)\cos(H)$, dove h è l'altezza, φ la latitudine, δ la declinazione solare e H l'angolo orario misurato dal meridiano locale.

Per trovare quando il Sole si trova all'azimut di 135 gradi (sud-est), dobbiamo prima determinare l'angolo orario corrispondente usando la formula: $\cos(A) = [\sin(\delta) - \sin(\varphi)\sin(h)] / [\cos(\varphi)\cos(h)]$, che può essere riarrangiata per calcolare H una volta noti A , φ e δ . Nei giorni immediatamente attorno al solstizio d'inverno nell'emisfero nord, il Sole sorge a sud-est (azimut maggiore di 90 gradi) e raggiunge un'altezza massima limitata durante il transito al meridiano, per poi tramontare a sud-ovest.

I calcoli mostrano che il Sole attraversa l'azimut di 135 gradi circa trenta minuti dopo l'alba, quando si trova a un'altezza di circa 3,8-4,6 gradi sopra l'orizzonte, un intervallo che include perfettamente i 4,4 gradi richiesti dal corridoio di Newgrange. La precisione con cui questo allineamento funziona dimostra che i costruttori neolitici avevano osservato attentamente il comportamento del Sole durante multipli cicli annuali, identificato il giorno del solstizio come il momento di minima altezza solare e massimo spostamento meridionale del punto di levata, e tradotto queste osservazioni in parametri architettonici specifici.

Un aspetto che complica l'analisi è l'effetto della rifrazione atmosferica, che fa apparire i corpi celesti più alti di circa mezzo grado quando sono vicini all'orizzonte. Inoltre, la definizione stessa del momento del sorgere solare è ambigua: si riferisce al primo contatto del lembo superiore del disco solare con l'orizzonte, al momento in cui metà del disco è visibile, o quando l'intero disco è completamente sorto? Queste distinzioni comportano differenze di circa tre minuti nel tempo e di circa 0,75 gradi nell'azimut, a causa del diametro apparente del Sole di circa mezzo grado.

La roof-box di Newgrange risolve elegantemente questa ambiguità perché la sua apertura ristretta permette solo a un sottile fascio di luce di entrare, creando un effetto drammatico di illuminazione progressiva piuttosto che richiedere una definizione precisa del momento esatto. La durata di diciassette minuti del fenomeno corrisponde al tempo che il Sole impiega a spostarsi di circa 4,25 gradi in azimut (considerando che il Sole si muove di circa 15 gradi all'ora in azimut nelle ore vicine al sorgere), che è compatibile con la larghezza angolare della finestra di osservazione creata dalla geometria del corridoio e della roof-box.

Un interrogativo affascinante riguarda la stabilità di questo fenomeno attraverso i millenni. La precessione degli equinozi e i cambiamenti nell'obliquità dell'eclittica hanno modificato la declinazione solare ai solstizi di circa 0,5 gradi negli ultimi cinquemila anni. Questo cambiamento si traduce in una variazione dell'azimut e dell'altezza del Sole al momento rilevante, con la conseguenza che il fenomeno luminoso a Newgrange oggi è leggermente diverso da come appariva ai costruttori neolitici. Calcoli dettagliati suggeriscono che nel 3200 prima dell'era volgare, l'obliquità era di circa 23,92 gradi, e il Sole al solstizio d'inverno raggiungeva una declinazione di circa $-23,92$ gradi, circa mezzo grado in più rispetto a oggi.

Questa maggiore declinazione significava che il Sole sorgeva ancora più a sud e raggiungeva un'altezza massima inferiore durante il transito. L'effetto netto è che cinquemila anni fa il fascio di luce solare probabilmente penetrava nel corridoio con un angolo leggermente diverso e forse per una durata marginalmente differente. Tuttavia, la robustezza del design architettonico, con una finestra di osservazione relativamente ampia, ha garantito che il fenomeno rimanesse osservabile attraverso i millenni, anche se con modifiche sottili nella sua manifestazione precisa.

Questa persistenza del fenomeno attraverso epoche storiche così estese costituisce una testimonianza della comprensione sofisticata che i costruttori avevano non solo del movimento apparente del Sole, ma anche della necessità di progettare strutture sufficientemente "tolleranti" da mantenere la loro funzionalità astronomica nonostante i cambiamenti secolari inevitabili nei parametri celesti.

Corpi celesti di pietra: archeoastronomia quantitativa, allineamenti stellari e calcolo delle effemeridi nelle architetture monumentali

Parte II: Complessi templari asiatici e mesoamericani

Angkor Wat: architettura cosmologica khmer e rappresentazione dei cicli precessioni

Il complesso templare di Angkor Wat in Cambogia, costruito all'inizio del dodicesimo secolo durante il regno di Suryavarman II, rappresenta uno dei più straordinari esempi di architettura cosmologica in cui principi astronomici, matematici e religiosi si fondono in una sintesi monumentale. La struttura principale del tempio è orientata verso ovest, una caratteristica insolita per i templi hindu che tradizionalmente guardano verso est, e questa scelta deliberata ha generato interpretazioni astronomiche significative. L'asse principale del tempio, che attraversa la torre centrale e si estende verso l'ingresso occidentale, è allineato con precisione notevole lungo la direzione est-ovest, corrispondente alla linea equinoziale.

Misurazioni moderne effettuate mediante sistemi di posizionamento satellitare e teodoliti di precisione hanno rivelato che l'asse principale di Angkor Wat devia dal vero est-ovest di meno di un quarto di grado, una precisione straordinaria per una struttura le cui dimensioni esterne raggiungono circa 1500 metri per 1300 metri, racchiudendo un'area di quasi duecento ettari. Questo allineamento equinoziale significa che durante gli equinozi di primavera e autunno, quando il Sole sorge esattamente a est e tramonta esattamente a ovest indipendentemente dalla latitudine geografica, l'astro diurno appare perfettamente allineato con l'asse del tempio sia all'alba che al tramonto.

L'orientamento verso ovest è stato interpretato dagli studiosi come una connessione con Vishnu, la divinità a cui il tempio è dedicato, poiché l'ovest è associato alla direzione della morte e del mondo sotterraneo nella cosmologia hindu. Osservando il tramonto equinoziale dall'entrata orientale del tempio, il Sole scompare dietro la torre centrale, creando un potente simbolismo di rinascita e cicli cosmici. La scelta dell'equinozio come punto di riferimento fondamentale non è casuale, poiché questi momenti astronomici rappresentano istanti di perfetto equilibrio tra giorno e notte, tra luce e oscurità, riflettendo i principi dualistici fondamentali della filosofia indiana.

Una delle interpretazioni archeoastronomiche più affascinanti di Angkor Wat riguarda la possibile codifica dei grandi cicli temporali della cosmologia hindu nell'architettura del complesso. La cosmologia hindu contempla vasti cicli temporali chiamati yuga, con il mahayuga composto da quattro yuga progressivamente decrescenti in virtù e durata: Krita Yuga (1.728.000 anni), Treta Yuga (1.296.000 anni), Dvapara Yuga (864.000 anni) e Kali Yuga (432.000 anni), per un totale di 4.320.000 anni. Mille mahayuga costituiscono un kalpa, equivalente a un giorno di Brahma.

Alcuni ricercatori, in particolare Eleanor Mannikka dell'Università del Michigan, hanno condotto studi metrici dettagliati del complesso di Angkor Wat, misurando con precisione le distanze tra elementi architettonici chiave e scoprendo che molte di queste dimensioni, espresse nell'unità di misura khmer chiamata hat (equivalente a circa 0,435 metri), corrispondono a numeri che riflettono questi cicli cosmologici. Ad esempio, la distanza dall'entrata occidentale alla torre centrale è stata misurata in circa 1728 hat, numero che corrisponde esattamente alla durata in migliaia di anni del Krita Yuga. Altre misure architettoniche sembrano riflettere multipli e frazioni di questi numeri sacri.

Particolarmente significativa è l'interpretazione del tempio come rappresentazione della precessione degli equinozi, il fenomeno astronomico per cui l'asse terrestre compie una lenta rotazione conica con un periodo di circa 25.772 anni secondo i calcoli moderni. La precessione causa lo spostamento graduale del punto vernale (l'intersezione tra l'equatore celeste e l'eclittica al momento dell'equinozio di primavera) attraverso le dodici costellazioni dello zodiaco. Nelle tradizioni astronomiche indiane, questo ciclo è spesso arrotondato a 25.920 anni, numero che presenta proprietà matematiche interessanti essendo divisibile per molti numeri interi e corrispondente a 360 giorni di 72 anni ciascuno, dove 72 è il numero di anni che la precessione impiega per spostare il punto vernale di un grado.

Mannikka e altri ricercatori hanno proposto che le gallerie circumambulazione di Angkor Wat, con i loro bassorilievi che si estendono per circa 800 metri di lunghezza totale attorno al complesso centrale, possano incorporare riferimenti al ciclo precessionale. In particolare,

alcuni pannelli raffigurano il mito della Zangolatura dell'Oceano di Latte, un racconto cosmologico in cui dei e demoni collaborano per estrarre l'amrita (l'elisir dell'immortalità) dall'oceano cosmico utilizzando il monte Mandara come zangola e il serpente Vasuki come corda. Questa narrazione mitologica è stata interpretata da alcuni studiosi come un'allegoria astronomica della precessione, con il movimento rotatorio della zangolatura che rappresenta la rotazione dell'asse celeste.

Le misure della galleria contenente questo bassorilievo sono state analizzate per verificare se incorporano riferimenti numerici al ciclo precessionale. Alcuni elementi architettonici sembrano riflettere il numero 25.920 o suoi multipli e divisori quando espressi in hat, anche se queste interpretazioni rimangono controverse e richiedono ulteriori verifiche indipendenti. Un approccio critico richiede cautela nell'attribuire significato astronomico a ogni dimensione architettonica, poiché in un complesso così vasto con migliaia di misure possibili, la probabilità di trovare coincidenze numeriche casuali è significativa.

Un test statistico appropriato dovrebbe confrontare la frequenza con cui le dimensioni architettoniche di Angkor Wat corrispondono a numeri astronomicamente significativi con la frequenza attesa in un modello di dimensioni casuali o determinate puramente da considerazioni estetiche e strutturali. Inoltre, bisogna considerare che gli astronomi khmer del dodicesimo secolo avevano certamente familiarità con i testi astronomici indiani come il Surya Siddhanta, che contenevano conoscenze sofisticate sulla precessione e altri fenomeni celesti, rendendo plausibile che queste conoscenze fossero intenzionalmente incorporate nell'architettura templare.

Un altro aspetto astronomicamente rilevante di Angkor Wat è l'osservazione di particolari fenomeni solari durante gli equinozi. Quando il Sole sorge esattamente a est durante l'equinozio di primavera, visto dall'entrata occidentale del complesso, l'astro appare esattamente centrato sopra la torre centrale più alta (il prasat centrale), creando un effetto visivo spettacolare. Questo allineamento richiede che l'osservatore si posizioni in un punto molto specifico, che alcuni ricercatori hanno identificato con particolari elementi architettonici dell'entrata occidentale, suggerendo che gli architetti avessero progettato punti di osservazione privilegiati per ammirare questi fenomeni celesti.

La precisione di questi allineamenti è stata verificata mediante osservazioni dirette durante gli equinozi contemporanei, che hanno confermato l'allineamento solare con margini di errore molto ridotti. Tuttavia, bisogna considerare che la precessione e i cambiamenti nell'obliquità dell'eclittica non influenzano significativamente gli allineamenti equinoziali, poiché gli equinozi sono definiti proprio come i momenti in cui il Sole attraversa l'equatore celeste, indipendentemente da quale costellazione zodiacale questo attraversamento avvenga. Quindi, diversamente dagli allineamenti solstiziali che sono sensibili ai cambiamenti nell'obliquità, gli allineamenti equinoziali di Angkor Wat mantengono la loro validità attraverso i millenni.

Il complesso presenta anche possibili allineamenti lunari. Durante il plenilunio più vicino all'equinozio, quando la Luna è in opposizione al Sole e quindi sorge a est proprio mentre il Sole tramonta a ovest, l'astro notturno appare allineato con l'asse principale del tempio. Questo fenomeno crea un gioco simbolico di dualità tra il Sole diurno che tramonta a ovest e la Luna piena che sorge contemporaneamente a est, entrambi perfettamente allineati con

l'architettura templare, incarnando il principio cosmologico dell'equilibrio tra opposti complementari.

Chichen Itza: il fenomeno del serpente equinoziale e la geometria delle ombre

Chichen Itza, uno dei centri cerimoniali più importanti della civiltà maya nello Yucatan messicano, ospita numerose strutture con evidenti caratteristiche archeoastronomiche. La piramide più famosa, conosciuta come El Castillo o Tempio di Kukulcan, è un edificio a gradoni con quattro scalinate che salgono verso un tempietto sommitale. Questa struttura manifesta un fenomeno ottico straordinario durante gli equinozi di primavera e autunno: l'interazione tra la luce solare e gli spigoli della piramide crea un effetto di ombre e illuminazioni che simula l'aspetto di un serpente che scende (o sale) lungo la balaustra della scalinata nord.

Il fenomeno si verifica nel tardo pomeriggio degli equinozi, quando il Sole si trova a circa 20-25 gradi sopra l'orizzonte occidentale. Gli angoli delle nove piattaforme sovrapposte della piramide, quando illuminati dalla luce solare radente, proiettano una serie di triangoli luminosi sulla balaustra della scalinata, creando un pattern sinuoso che ricorda il corpo di un serpente. Questo pattern si muove gradualmente lungo la balaustra mentre il Sole scende verso l'orizzonte, con l'intero fenomeno che dura circa tre ore e culmina quando le forme luminose si congiungono con la testa di serpente scolpita in pietra alla base della balaustra.

L'analisi quantitativa di questo fenomeno richiede la comprensione della geometria tridimensionale della piramide e del movimento apparente del Sole. El Castillo è orientato con i suoi quattro lati approssimativamente allineati con i punti cardinali, anche se con deviazioni di alcuni gradi che sono state attribuite a considerazioni topografiche locali o a deliberate scelte architettoniche. La scalinata nord, quella che ospita il fenomeno del serpente, è orientata a circa 20 gradi a est del nord vero.

Ciascuna delle nove piattaforme della piramide ha un'altezza di circa 2,5 metri e una profondità orizzontale di circa 2,3 metri, creando un angolo di inclinazione della facciata di circa 48 gradi rispetto all'orizzontale. Durante l'equinozio, quando il Sole tramonta a ovest con un azimut di circa 270 gradi, la luce solare incide sulla facciata nord-ovest della piramide con un angolo che dipende dall'altezza solare e dall'azimut relativo tra la direzione solare e l'orientamento della facciata.

L'altezza del Sole h e il suo azimut A determinano l'angolo di incidenza θ dei raggi solari su una superficie verticale orientata nella direzione α mediante la relazione trigonometrica tridimensionale: $\cos(\theta) = \sin(h)\cos(\alpha - A)$. Per la facciata nord-ovest di El Castillo, che ha orientamento di circa 315 gradi (nord-ovest), quando il Sole si trova a azimut 270 gradi (ovest) con un'altezza di 20 gradi, l'angolo di incidenza è di circa 25 gradi rispetto alla normale della superficie, creando ombre nette e definite.

Gli spigoli che separano le piattaforme successive agiscono come ostacoli alla propagazione della luce solare, proiettando ombre sulla balaustra sottostante. La forma di queste ombre è determinata dalla geometria degli spigoli, che sono sostanzialmente linee orizzontali perpendicolari alla facciata, e dalla direzione dei raggi solari. Quando i raggi solari hanno

una componente significativa parallela alla facciata (come avviene durante gli equinozi quando il Sole è a ovest e la facciata guarda a nord-ovest), le ombre degli spigoli si allungano diagonalmente sulla balaustra, creando i caratteristici triangoli luminosi alternati a triangoli in ombra.

Il numero di triangoli luminosi visibili durante il fenomeno corrisponde al numero di piattaforme della piramide, ovvero sette, poiché la piattaforma superiore e quella alla base non contribuiscono significativamente al pattern. Alcuni ricercatori hanno interpretato questo numero come simbolicamente significativo nella cosmologia maya, anche se è importante notare che esso è semplicemente una conseguenza diretta della struttura architettonica a nove livelli.

La domanda scientifica cruciale è se questo fenomeno sia frutto di un design intenzionale da parte degli architetti maya o una coincidenza fortuita della geometria piramidale. Diversi fattori supportano l'ipotesi dell'intenzionalità. Primo, il fenomeno si manifesta con particolare chiarezza proprio durante gli equinozi, momenti astronomicamente significativi che erano certamente riconosciuti e celebrati dai Maya. Secondo, la balaustra nord della scalinata, unica tra le quattro balaustre della piramide, termina con elaborate teste di serpente scolpite che si integrano perfettamente con il pattern luminoso, suggerendo che questa connessione fosse prevista nel progetto.

Terzo, analisi fotogrammetriche dettagliate hanno rivelato che le proporzioni delle piattaforme e gli angoli della piramide sono ottimizzati per produrre triangoli luminosi di dimensioni e spaziatura regolari sulla balaustra. Se le proporzioni fossero significativamente diverse, il fenomeno sarebbe meno definito o potrebbe non manifestarsi affatto. Questa ottimizzazione geometrica suggerisce che gli architetti compresero e manipolarono deliberatamente la relazione tra l'altitudine solare equinoziale, l'orientamento della struttura e la geometria delle piattaforme per creare l'effetto desiderato.

Un'analisi quantitativa della probabilità che tale fenomeno emerga casualmente richiede la considerazione dello spazio parametrico delle possibili configurazioni piramidali. Se consideriamo come variabili l'orientamento della piramide (360 possibili gradi), il numero di piattaforme (diciamo tra cinque e dodici), l'angolo di inclinazione della facciata (tra 40 e 60 gradi), e il rapporto tra altezza e profondità delle piattaforme, otteniamo uno spazio multidimensionale di possibili design. Solo una piccola regione di questo spazio produce un fenomeno visibile e ben definito durante gli equinozi.

Simulazioni al computer possono quantificare questa regione calcolando, per ogni configurazione geometrica, la visibilità e la definizione del pattern di ombre durante vari momenti dell'anno e confrontando l'intensità del fenomeno durante gli equinozi con quella durante altre date. Se il design di El Castillo si trova precisamente in una regione dello spazio parametrico che massimizza il fenomeno equinoziale, questo costituisce una forte evidenza di intenzionalità, poiché la probabilità di raggiungere casualmente questa configurazione ottimale è molto bassa.

Oltre al fenomeno del serpente, El Castillo incorpora altre caratteristiche numeriche e geometriche che suggeriscono conoscenze astronomiche. La piramide ha quattro scalinate, ciascuna con 91 gradini, per un totale di 364 gradini. Aggiungendo la piattaforma superiore come unità addizionale, si ottiene il numero 365, corrispondente ai giorni dell'anno solare. Le

nove piattaforme sovrapposte sono state interpretate da alcuni studiosi come rappresentazioni dei nove livelli dell'inframondo maya (Xibalba), mentre le quattro facce potrebbero simboleggiare le quattro direzioni cardinali e le quattro stagioni.

Questi elementi numerici e simbolici devono essere valutati con spirito critico. Il fatto che $4 \times 91 + 1 = 365$ è certamente suggestivo, ma bisogna chiedersi se questa corrispondenza sia intenzionale o se stiamo proiettando significati su una configurazione architettonica determinata da altre considerazioni. Un approccio rigoroso richiede di cercare conferme indipendenti della conoscenza maya del ciclo solare di 365 giorni, che fortunatamente sono abbondanti nei loro calendari e testi glifi, e di verificare se esistono riferimenti espliciti in fonti maya all'interpretazione calendrica delle scalinate piramidali.

Corpi celesti di pietra: archeoastronomia quantitativa, allineamenti stellari e calcolo delle effemeridi nelle architetture monumentali

Parte III: Metodologie statistiche e validazione degli allineamenti

Test statistici contro l'ipotesi nulla di casualità

Una delle sfide metodologiche fondamentali dell'archeoastronomia quantitativa consiste nel distinguere gli allineamenti astronomici intenzionali da quelli che potrebbero emergere casualmente in qualsiasi complesso architettonico sufficientemente ricco di linee, angoli e direzioni. Ogni edificio, per sua natura, presenta molteplici orientamenti: i lati delle fondazioni, le diagonali, gli assi di simmetria, le direzioni di porte e finestre, i corridoi, gli allineamenti tra strutture separate. In un sito archeologico complesso con numerose costruzioni, il numero totale di direzioni potenzialmente significative può facilmente raggiungere centinaia o migliaia.

Contemporaneamente, il cielo offre numerosi eventi astronomici osservabili: le levate e i tramonti del Sole ai solstizi e agli equinozi, i punti estremi delle escursioni lunari durante il ciclo nodale di 18,61 anni, le posizioni di stelle brillanti al loro sorgere, tramontare o transito al meridiano, le configurazioni di pianeti, le direzioni verso particolari costellazioni. Se non applichiamo un criterio rigoroso per valutare la significatività statistica delle corrispondenze tra orientamenti architettonici ed eventi astronomici, rischiamo di cadere nella trappola del confirmation bias, dove riusciamo sempre a trovare qualche coincidenza che confermi le nostre ipotesi preconcepite.

Il framework statistico standard per affrontare questo problema si basa sulla formulazione e sul test di un'ipotesi nulla. L'ipotesi nulla in archeoastronomia tipicamente afferma che gli

orientamenti architettonici sono distribuiti casualmente, senza alcuna preferenza per direzioni astronomicamente significative. Se possiamo dimostrare che la distribuzione osservata degli orientamenti si discosta significativamente da quella attesa sotto l'ipotesi nulla, con una probabilità sufficientemente bassa (convenzionalmente $p < 0,05$ o $p < 0,01$), allora possiamo rigettare l'ipotesi di casualità e concludere che esiste evidenza statisticamente significativa di allineamenti intenzionali.

Consideriamo un esempio concreto. Supponiamo di avere un campione di N strutture megalitiche in una regione geografica, ciascuna con un orientamento principale che possiamo definire come un azimuth compreso tra 0 e 360 gradi. Sotto l'ipotesi nulla di orientamenti casuali, ci aspetteremmo che questi azimuth siano distribuiti uniformemente nell'intervallo $[0^\circ, 360^\circ]$. Se definiamo una finestra di tolleranza Δ attorno alle direzioni astronomicamente significative (ad esempio, gli azimuth dei quattro solstizi: sorgere e tramontare del Sole al solstizio d'estate e d'inverno), la probabilità che un singolo orientamento casuale cada in una di queste finestre è $P_{\text{singola}} = (\text{numero di finestre} \times 2\Delta) / 360^\circ$.

Se abbiamo quattro direzioni solstiziali e usiamo una tolleranza di ± 2 gradi attorno a ciascuna, otteniamo $P_{\text{singola}} = (4 \times 4^\circ) / 360^\circ = 0,044$. Questo significa che ci aspetteremmo che circa il 4,4% degli orientamenti casuali appaia allineato con i solstizi per pura coincidenza. Se osserviamo che k strutture su N mostrano allineamenti solstiziali, possiamo confrontare questo numero con l'aspettazione nulla di $N \times P_{\text{singola}}$ utilizzando un test binomiale.

La probabilità di osservare esattamente k successi in N prove indipendenti con probabilità di successo p è data dalla distribuzione binomiale: $P(k|N,p) = C(N,k) \times p^k \times (1-p)^{(N-k)}$, dove $C(N,k)$ rappresenta il coefficiente binomiale. Per decidere se rigettare l'ipotesi nulla, calcoliamo il valore p bilaterale, ovvero la probabilità di osservare un risultato altrettanto o più estremo rispetto a quello osservato, assumendo che l'ipotesi nulla sia vera. Se questo valore p è inferiore alla nostra soglia di significatività (tipicamente 0,05), rigettiamo l'ipotesi nulla.

Tuttavia, questo approccio semplice presenta diverse limitazioni. Primo, assume che le N strutture siano indipendenti, mentre nella realtà archeologica spesso esistono correlazioni: strutture costruite dalla stessa cultura nello stesso periodo tendono ad avere orientamenti simili anche se non astronomicamente determinati, semplicemente per convenzione culturale o per ragioni topografiche comuni. Secondo, l'approccio non considera che diversi eventi astronomici potrebbero avere diversa rilevanza culturale; allineare tutti i possibili eventi astronomici è metodologicamente discutibile se non abbiamo ragioni indipendenti per credere che la cultura in questione fosse interessata a tutti questi fenomeni.

Un approccio più sofisticato, sviluppato principalmente da Clive Ruggles dell'Università di Leicester, coinvolge la costruzione di distribuzioni cumulative e il confronto tra la distribuzione osservata degli orientamenti e quella attesa sotto vari modelli nulli. Il test di Kolmogorov-Smirnov permette di quantificare la massima differenza tra la funzione di distribuzione cumulativa empirica e quella teorica, fornendo una statistica di test che può essere confrontata con valori critici tabulati per determinare la significatività.

Un ulteriore raffinamento considera la distribuzione non uniforme degli azimut astronomicamente significativi. Ad esempio, alla latitudine di 52 gradi nord (tipica delle isole britanniche dove si concentrano molti monumenti megalitici), gli azimut dei solstizi non sono distribuiti uniformemente attorno all'orizzonte. Il Sole al solstizio d'estate sorge a circa 50 gradi a nord-est e tramonta a circa 310 gradi a nord-ovest, mentre al solstizio d'inverno sorge a circa 130 gradi a sud-est e tramonta a circa 230 gradi a sud-ovest. Questi quattro azimut coprono un intervallo angolare totale relativamente piccolo, lasciando ampie zone dell'orizzonte prive di eventi solstiziali.

Questa distribuzione disomogenea delle direzioni astronomiche significa che dobbiamo essere cauti nell'interpretare concentrazioni di orientamenti architettonici. Se osserviamo un clustering di orientamenti attorno a 50 gradi, questo potrebbe indicare un allineamento intenzionale verso il sorgere del Sole al solstizio d'estate, ma potrebbe anche riflettere semplicemente una preferenza culturale per orientamenti nord-orientali indipendente da considerazioni astronomiche. Per discriminare tra queste possibilità, è utile esaminare non solo se gli orientamenti si concentrano in particolari direzioni, ma se queste direzioni corrispondono precisamente agli azimut astronomici attesi, tenendo conto della latitudine del sito e dell'altezza dell'orizzonte locale.

La correzione per l'altezza dell'orizzonte è particolarmente importante in siti con topografia variabile. L'azimut del sorgere o tramontare di un corpo celeste non dipende solo dalla sua declinazione e dalla latitudine dell'osservatore, ma anche dall'altitudine dell'orizzonte nella direzione di osservazione. Se una montagna o una collina eleva l'orizzonte di h gradi nella direzione rilevante, l'azimut del sorgere o tramontare si sposta. La formula completa che include l'altezza dell'orizzonte è: $\sin(h) = \sin(\phi)\sin(\delta) + \cos(\phi)\cos(\delta)\cos(A - A_0)$, dove A_0 rappresenta l'azimut del punto dell'orizzonte con altezza h .

Questa equazione è trascendentale e generalmente richiede metodi numerici per essere risolta, ma per piccole altezze dell'orizzonte ($h < 5$ gradi) si possono usare approssimazioni lineari. L'effetto pratico è che un orizzonte elevato verso est ritarda il sorgere apparente dei corpi celesti (richiedendo che essi raggiungano un'altitudine maggiore prima di diventare visibili), spostando il loro azimut di sorgere verso nord se l'oggetto sorge a est, o verso sud se sorge a nord-est. Analogamente, un orizzonte elevato verso ovest anticipa il tramonto apparente.

Nei siti archeologici, l'altezza dell'orizzonte in ogni direzione deve essere misurata sul campo usando un teodolite o un clinometro, oppure può essere estratta da modelli digitali del terreno ad alta risoluzione. Una volta note le altezze dell'orizzonte, possiamo calcolare gli azimut astronomici corretti per il sito specifico e confrontarli con gli orientamenti architettonici osservati. Questo approccio site-specific aumenta significativamente la precisione dell'analisi archeoastronomica e riduce la probabilità di coincidenze casuali.

Analisi degli allineamenti stellari e la precessione degli equinozi

Gli allineamenti verso le stelle presentano sfide analitiche aggiuntive rispetto agli allineamenti solari e lunari, principalmente a causa della precessione degli equinozi. Come abbiamo discusso precedentemente, la precessione causa uno spostamento graduale delle coordinate equatoriali di tutte le stelle, con un ciclo completo che richiede circa 25.772 anni.

Questo significa che una struttura allineata verso una particolare stella al momento della sua costruzione gradualmente perde questo allineamento nel corso dei secoli e millenni, e reciprocamente, una stella che oggi appare allineata con una struttura antica potrebbe non esserlo stata all'epoca della costruzione.

Per analizzare correttamente gli allineamenti stellari, dobbiamo quindi calcolare le posizioni retroattive delle stelle all'epoca stimata di costruzione del monumento. Questo richiede modelli matematici della precessione e della nutazione. Il modello precessionale standard utilizzato in astronomia è basato sulla teoria IAU 2006/2000A, che fornisce formule polinomiali per calcolare la precessione in ascensione retta e declinazione come funzione del tempo.

La precessione in longitudine eclittica $\Delta\psi$ e in obliquità $\Delta\epsilon$ possono essere approssimate, per tempi t espressi in secoli giuliani dal J2000.0, mediante le serie polinomiali:

$$\Delta\psi = (5028,796195 + 1,1054348 \times t + 0,00007964 \times t^2 - 0,000023857 \times t^3 + \dots) \text{ secondi d'arco}$$

$$\Delta\epsilon = (-46,836769 \times t - 0,0001831 \times t^2 + 0,00200340 \times t^3 + \dots) \text{ secondi d'arco}$$

Questi polinomi sono derivati da teorie della meccanica celeste che considerano le perturbazioni gravitazionali di Luna, Sole e pianeti sull'asse di rotazione terrestre. I coefficienti sono determinati mediante osservazioni astrometriche di alta precisione accumulate nel corso di decenni e attraverso integrazioni numeriche delle equazioni del moto nel sistema solare.

Per convertire le coordinate equatoriali (ascensione retta α e declinazione δ) di una stella dall'epoca J2000.0 a un'epoca arbitraria, applichiamo matrici di rotazione che incorporano la precessione. La procedura standard prevede prima la conversione delle coordinate equatoriali in coordinate eclittiche (longitudine λ e latitudine β), poi l'applicazione della precessione in longitudine eclittica, e infine la riconversione in coordinate equatoriali per la nuova epoca. Le formule di conversione sono:

$$\tan(\lambda) = [\sin(\alpha)\cos(\epsilon) + \tan(\delta)\sin(\epsilon)] / \cos(\alpha)$$

$$\sin(\beta) = \sin(\delta)\cos(\epsilon) - \cos(\delta)\sin(\epsilon)\sin(\alpha)$$

dove ϵ rappresenta l'obliquità dell'eclittica. Queste trasformazioni sono basate sulla trigonometria sferica e richiedono attenzione ai quadranti trigonometrici per evitare ambiguità.

Una volta calcolate le coordinate della stella per l'epoca di interesse, possiamo determinare l'azimut e l'altezza della stella al momento del suo sorgere, tramonto o transito al meridiano, utilizzando le formule della trigonometria sferica discusse precedentemente. Se l'azimut calcolato corrisponde all'orientamento di una struttura architettonica entro un margine di tolleranza ragionevole (tipicamente 1-2 gradi), e se la stella in questione ha rilevanza culturale o mitologica nella civiltà che costruì il monumento, allora possiamo proporre un allineamento stellare plausibile.

Tuttavia, la valutazione statistica della significatività di tali allineamenti è particolarmente delicata. A differenza del Sole e della Luna, che sono oggetti unici, il cielo notturno contiene migliaia di stelle visibili a occhio nudo. Anche limitandoci alle stelle più brillanti (diciamo quelle di magnitudine apparente superiore a 3,0, che sono circa 150), il numero di possibili allineamenti è elevato. Se consideriamo che ciascuna stella può essere osservata al sorgere, al tramonto, e al transito superiore e inferiore, e che queste condizioni variano con la data dell'anno, il numero di possibili eventi stellari osservabili è dell'ordine di diverse migliaia.

Questo problema del multiple testing richiede correzioni statistiche. Il metodo più comune è la correzione di Bonferroni, che consiste nel dividere il livello di significatività desiderato (ad esempio 0,05) per il numero di test indipendenti eseguiti. Se testiamo cento possibili allineamenti stellari, la correzione di Bonferroni richiederebbe un valore p inferiore a 0,0005 per ciascun test individuale per mantenere una significatività complessiva di 0,05. Questo criterio molto stringente riflette il fatto che quando eseguiamo numerosi test, la probabilità di trovare almeno un risultato significativo per puro caso aumenta drammaticamente.

Un approccio alternativo, proposto da alcuni archeoastronomi, consiste nel limitare l'analisi a un sottoinsieme di stelle a priori identificate come culturalmente significative sulla base di evidenze indipendenti come testi mitologici, iconografia, o testimonianze etnografiche. Ad esempio, nell'analisi archeoastronomica di siti egizi, ha senso concentrarsi su stelle come Sirio, Thuban, le stelle della cintura di Orione, e poche altre che sono esplicitamente menzionate in testi egizi o raffigurate in contesti astronomici. Questo approccio riduce drasticamente il problema del multiple testing e aumenta la credibilità delle corrispondenze identificate.

Software astronomico e calcolo retroattivo delle effemeridi

L'archeoastronomia quantitativa moderna si basa criticamente su software specializzati capaci di calcolare le posizioni dei corpi celesti per epoche arbitrarie nel passato (o nel futuro). Questi programmi implementano modelli matematici sofisticati della meccanica celeste che tengono conto non solo dei movimenti orbitali primari, ma anche di una moltitudine di perturbazioni e fenomeni secondari: la precessione e nutazione dell'asse terrestre, le variazioni nell'obliquità dell'eclittica, le perturbazioni planetarie sulle orbite, la parallasse stellare, il moto proprio delle stelle, e persino effetti relativistici per calcoli di massima precisione.

Tra i software più utilizzati dagli archeoastronomi professionisti si annoverano:

Starry Night e **Stellarium**: planetari software con interfacce grafiche intuitive che permettono la visualizzazione del cielo per qualsiasi data, ora e posizione geografica. Questi programmi sono particolarmente utili per visualizzare fenomeni e per comunicare risultati a un pubblico non specializzato, ma hanno limitazioni nella precisione dei calcoli per epoche molto remote (oltre cinquemila anni dal presente).

JPL Horizons: sistema di effemeridi online mantenuto dal Jet Propulsion Laboratory della NASA, che fornisce posizioni di alta precisione per corpi del sistema solare (pianeti, lune, asteroidi, comete) basandosi sulle più recenti effemeridi JPL DE (attualmente DE440/441).

Horizons è estremamente accurato per oggetti del sistema solare ma non fornisce direttamente posizioni stellari precesse.

MICA (Multiyear Interactive Computer Almanac): software sviluppato dall'U.S. Naval Observatory che calcola effemeridi solari, lunari, planetarie e stellari con alta precisione per intervalli temporali di diversi millenni. MICA include modelli pressionali accurati e permette il calcolo di eventi come sorgere, tramonto, transiti e crepuscoli per qualsiasi località geografica.

SLALIB/ERFA (Starlink Astronomical Libraries / Essential Routines for Fundamental Astronomy): librerie di subroutine astronomiche in linguaggio Fortran e C che implementano algoritmi standard per trasformazioni di coordinate, precessione, nutazione, aberrazione, rifrazione e altri calcoli fondamentali. Queste librerie sono utilizzate da astronomi professionisti per sviluppare software personalizzato.

PyEphem e **Skyfield**: librerie Python per calcoli astronomici, particolarmente popolari nella comunità archeoastronomica per la loro facilità d'uso e la possibilità di automazione. PyEphem si basa su algoritmi del libro "Astronomical Algorithms" di Jean Meeus, mentre Skyfield utilizza le effemeridi JPL DE per massima accuratezza.

Per periodi superiori a diecimila anni nel passato, tutti questi software accumulano incertezze crescenti a causa dell'impossibilità di modellare perfettamente tutte le perturbazioni gravitazionali nel sistema Terra-Luna-Sole nel lungo termine, e a causa di fenomeni caotici nelle interazioni gravitazionali. Inoltre, per periodi molto antichi, anche il rallentamento della rotazione terrestre dovuto alle maree lunari diventa significativo, modificando la lunghezza del giorno e introducendo discrepanze tra il tempo siderale e il tempo dinamico.

Il rallentamento della rotazione terrestre comporta che un giorno solare medio nel 3000 prima dell'era volgare era circa 50 millisecondi più breve di un giorno attuale. Questo può sembrare trascurabile, ma accumulato su cinquemila anni, corrisponde a una discrepanza di circa due ore e mezza nel tempo, con conseguenti errori nelle posizioni calcolate della Luna e del Sole. I modelli di ΔT (la differenza tra Tempo Terrestre e Tempo Universale) tentano di correggere questi effetti, ma per periodi preistorici devono basarsi su estrapolazioni e modelli fisici della dissipazione mareale piuttosto che su osservazioni dirette, introducendo incertezze dell'ordine di decine di minuti o più.

Corpi celesti di pietra: archeoastronomia quantitativa, allineamenti stellari e calcolo delle effemeridi nelle architetture monumentali

Parte IV: Fenomeni astronomici complessi e cicli temporali

Formula della declinazione e parametri orbitali terrestri

La comprensione quantitativa degli allineamenti astronomici richiede la padronanza delle relazioni matematiche che governano le posizioni apparenti dei corpi celesti. La formula fondamentale per calcolare la declinazione del Sole in funzione della sua posizione lungo l'eclittica è espressa dalla relazione trigonometrica: $\delta = \arcsin[\sin(\epsilon) \times \sin(\lambda)]$, dove δ rappresenta la declinazione (la coordinata celeste analoga alla latitudine geografica), ϵ è l'obliquità dell'eclittica (l'angolo tra il piano equatoriale terrestre e il piano dell'orbita terrestre), e λ è la longitudine eclittica del Sole (misurata lungo l'eclittica a partire dal punto vernale).

Questa formula deriva direttamente dalla trigonometria sferica applicata alla sfera celeste. Possiamo visualizzarla considerando il triangolo sferico formato dal polo celeste nord, dal Sole, e dal polo dell'eclittica (il punto perpendicolare al piano orbitale terrestre). L'obliquità ϵ è l'angolo al vertice rappresentato dal Sole in questo triangolo, e la formula esprime come la posizione del Sole lungo l'eclittica (λ) si traduce in una distanza angolare dall'equatore celeste (δ).

La longitudine eclittica del Sole varia uniformemente nel tempo con un periodo di un anno tropico (365,24219 giorni), partendo da $\lambda = 0^\circ$ all'equinozio di primavera (circa il 20 marzo), raggiungendo $\lambda = 90^\circ$ al solstizio d'estate (circa il 21 giugno), $\lambda = 180^\circ$ all'equinozio d'autunno (circa il 22 settembre), e $\lambda = 270^\circ$ al solstizio d'inverno (circa il 21 dicembre). Sostituendo questi valori nella formula della declinazione con l'obliquità attuale di $\epsilon \approx 23,44^\circ$, otteniamo:

- Equinozio di primavera ($\lambda = 0^\circ$): $\delta = \arcsin[\sin(23,44^\circ) \times \sin(0^\circ)] = 0^\circ$
- Solstizio d'estate ($\lambda = 90^\circ$): $\delta = \arcsin[\sin(23,44^\circ) \times \sin(90^\circ)] = \arcsin(0,3978) \approx 23,44^\circ$
- Equinozio d'autunno ($\lambda = 180^\circ$): $\delta = \arcsin[\sin(23,44^\circ) \times \sin(180^\circ)] = 0^\circ$
- Solstizio d'inverno ($\lambda = 270^\circ$): $\delta = \arcsin[\sin(23,44^\circ) \times \sin(270^\circ)] = -23,44^\circ$

Questi valori corrispondono alle declinazioni estreme del Sole durante l'anno. È importante notare che la declinazione varia con un andamento sinusoidale, raggiungendo i suoi estremi ai solstizi (quando il Sole è massimamente distante dall'equatore celeste) e attraversando lo zero agli equinozi (quando il Sole si trova esattamente sull'equatore celeste).

L'obliquità dell'eclittica ϵ non è una costante immutabile, ma varia lentamente nel tempo a causa delle perturbazioni gravitazionali planetarie che modificano l'orientamento del piano orbitale terrestre. Attualmente l'obliquità sta diminuendo a un ritmo di circa 46,84 secondi d'arco per secolo, seguendo una variazione quasi lineare su scale temporali di alcuni millenni, ma con oscillazioni a lungo termine che seguono cicli di decine di migliaia di anni. La formula polinomiale per calcolare l'obliquità media in funzione del tempo t (espresso in secoli giuliani dal J2000.0) è:

$$\varepsilon(t) = 23^{\circ}26'21,406'' - 46,836769'' \times t - 0,0001831'' \times t^2 + 0,00200340'' \times t^3 - 0,000000576'' \times t^4 - 0,0000000434'' \times t^5$$

Per l'epoca attuale ($t \approx 0,25$ corrispondente all'anno 2025), questa formula fornisce $\varepsilon \approx 23^{\circ}26'9,4'' \approx 23,436^{\circ}$. Per l'epoca di costruzione di Stonehenge (circa 2500 prima dell'era volgare, corrispondente a $t \approx -45,25$), otteniamo $\varepsilon \approx 23^{\circ}54'36'' \approx 23,910^{\circ}$, confermando che l'obliquità era maggiore di circa mezzo grado rispetto a oggi.

Questa differenza nell'obliquità si traduce direttamente in una differenza nella declinazione solare massima ai solstizi, e quindi negli azimut di sorgere e tramontare del Sole. Utilizzando la formula dell'azimut discussa precedentemente, possiamo quantificare come uno spostamento di $0,47^{\circ}$ nella declinazione solare massima modifichi l'azimut del sorgere solstiziale alla latitudine di Stonehenge ($51,18^{\circ}$ nord).

La formula generale per l'azimut del sorgere è: $\cos(A) = \sin(\delta) / \cos(\varphi)$, dove assumiamo un orizzonte matematico ($h = 0^{\circ}$) per semplicità. Derivando questa espressione rispetto a δ , otteniamo la sensibilità dell'azimut alle variazioni di declinazione:

$$dA/d\delta = -[\sin(\varphi) / (\cos(\varphi) \times \sqrt{1 - [\sin(\delta)/\cos(\varphi)]^2})]$$

Valutando questa derivata per $\varphi = 51,18^{\circ}$ e $\delta = 23,91^{\circ}$ (i valori rilevanti per Stonehenge nel 2500 a.C.), otteniamo $dA/d\delta \approx -2,1^{\circ}/^{\circ}$, il che significa che un aumento di $0,47^{\circ}$ nella declinazione solare produce uno spostamento di circa $0,99^{\circ}$ nell'azimut di sorgere, spostando il punto di levata verso nord. Questo calcolo dimostra quantitativamente che gli allineamenti solstiziali antichi erano effettivamente più precisi al momento della costruzione di quanto non appaiano oggi, a causa dei cambiamenti secolari nei parametri orbitali terrestri.

Precessione degli equinozi: dinamica e manifestazioni osservabili

La precessione degli equinozi rappresenta uno dei fenomeni astronomici più affascinanti e culturalmente significativi, con implicazioni che vanno ben oltre l'archeoastronomia, influenzando l'astrologia, i calendari, e la percezione umana dei cicli cosmici. Il fenomeno fu scoperto dall'astronomo greco Ipparco di Nicea nel secondo secolo prima dell'era volgare, attraverso il confronto sistematico tra le posizioni stellari da lui misurate e quelle registrate dagli astronomi babilonesi circa centocinquanta anni prima. Ipparco notò che le longitudini eclittiche di alcune stelle brillanti erano aumentate di circa due gradi in questo intervallo temporale, corrispondente a un ritmo di circa un grado per settantadue anni, o circa cinquanta secondi d'arco all'anno.

La spiegazione fisica della precessione fu fornita da Isaac Newton nel suo "Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica" (1687), dove dimostrò che il fenomeno risulta dalla coppia gravitazionale esercitata dal Sole e dalla Luna sul rigonfiamento equatoriale terrestre. La Terra non è una sfera perfetta ma un ellissoide schiacciato ai poli, con il raggio equatoriale circa ventuno chilometri maggiore del raggio polare. Questo eccesso di massa equatoriale, quando inclinato rispetto al piano orbitale lunare e solare, subisce forze gravitazionali differenziali che tentano di raddrizzare l'asse di rotazione terrestre perpendicolarmente al piano dell'orbita.

Tuttavia, poiché la Terra ruota rapidamente attorno al suo asse (una rotazione completa in circa ventiquattro ore), essa si comporta come un giroscopio e risponde a questa coppia non raddrizzandosi, ma mediante un moto precessionale: l'asse di rotazione mantiene il suo angolo di inclinazione (l'obliquità) approssimativamente costante, ma la direzione verso cui punta ruota lentamente descrivendo un cono nello spazio con un periodo di circa 25.772 anni secondo i calcoli moderni.

Il valore preciso del periodo precessionale è stato raffinato progressivamente nel corso dei secoli grazie a osservazioni astrometriche sempre più accurate. Il rateo moderno di precessione in longitudine eclittica è di circa 50,29 secondi d'arco per anno, valore derivato dalla teoria IAU 2006 Precession. Questo rateo non è perfettamente costante ma varia leggermente nel tempo a causa di interazioni complesse tra i vari corpi del sistema solare. Il periodo precessionale completo si calcola come $P = 360^\circ / (50,29''/\text{anno}) = 1.296.000'' / (50,29''/\text{anno}) \approx 25.772$ anni.

Nelle tradizioni astronomiche antiche, specialmente quelle indiane e mesopotamiche, troviamo riferimenti a un "Grande Anno" o ciclo precessionale di circa 25.920 anni, spesso arrotondato come 360 "secoli precessionali" di 72 anni ciascuno (poiché 72 anni corrispondono approssimativamente al tempo necessario per uno spostamento di un grado del punto vernale). Questo numero presenta proprietà matematiche attraenti: $25.920 = 360 \times 72 = 12 \times 2.160$, dove 2.160 anni rappresenta il tempo medio che il punto vernale impiega ad attraversare una costellazione zodiacale (assumendo costellazioni di 30° ciascuna).

La precessione ha conseguenze osservabili dirette che erano potenzialmente accessibili agli astronomi antichi attraverso osservazioni sistematiche condotte su periodi di secoli. La manifestazione più evidente è il cambiamento della "stella polare". Attualmente, il polo celeste nord si trova a meno di un grado dalla stella Polaris (α Ursae Minoris), rendendo questa stella un punto di riferimento quasi fisso nel cielo settentrionale. Tuttavia, cinquemila anni fa, il polo celeste era vicino alla stella Thuban (α Draconis) nella costellazione del Dragone, che serviva da stella polare per gli antichi egizi. Tra dodicimila anni, il polo celeste punterà vicino alla brillante stella Vega (α Lyrae).

Un'altra conseguenza osservabile della precessione riguarda il sorgere eliaco delle stelle, ovvero il primo momento dell'anno in cui una stella diventa visibile all'alba, poco prima del sorgere del Sole. Per gli antichi egizi, il sorgere eliaco di Sirio (che chiamavano Sopdet) coincideva approssimativamente con l'inondazione annuale del Nilo ed era celebrato come l'inizio dell'anno. A causa della precessione, la data del sorgere eliaco di una data stella si sposta gradualmente attraverso il calendario solare, avanzando di circa un giorno ogni settanta anni.

Gli astronomi mesopotamici osservarono questo fenomeno per molte stelle brillanti, registrando meticolosamente le date dei sorgere eliaci in tabulae astronomiche chiamate "stelle dello Zodiaco" o "mul.apin". Confrontando queste registrazioni attraverso generazioni, essi avrebbero potuto notare gli spostamenti sistematici dovuti alla precessione, anche se non è chiaro se abbiano mai formulato esplicitamente la teoria del movimento del punto vernale.

Nutazione: oscillazioni periodiche dell'asse terrestre

Sovrapposta al lento movimento precessionale dell'asse terrestre esiste una serie di oscillazioni periodiche più rapide chiamate collettivamente nutazione. Il termine, che significa letteralmente "oscillazione" o "dondolio", fu introdotto dall'astronomo britannico James Bradley nel 1748 quando scoprì che l'asse terrestre non descrive un cono perfettamente liscio nello spazio, ma mostra piccole ondulazioni sovrapposte al movimento precessionale principale.

La nutazione è causata principalmente dalle variazioni periodiche nell'attrazione gravitazionale della Luna sulla Terra. Poiché l'orbita lunare è inclinata di circa $5,14^\circ$ rispetto all'eclittica, e questo piano orbitale ruota lentamente completando un giro in 18,61 anni (un fenomeno chiamato regressione dei nodi lunari), la direzione e l'intensità della coppia gravitazionale che la Luna esercita sul rigonfiamento equatoriale terrestre variano periodicamente. Questa variazione induce oscillazioni nell'orientamento dell'asse terrestre con lo stesso periodo di 18,61 anni.

L'ampiezza principale della nutazione in obliquità (variazione dell'angolo di inclinazione dell'asse terrestre) è di circa $\pm 9,2$ secondi d'arco, mentre la nutazione in longitudine (spostamento del polo celeste lungo un cerchio perpendicolare all'eclittica) ha un'ampiezza di circa $\pm 17,2$ secondi d'arco. Oltre a questa componente principale con periodo di 18,61 anni, esistono numerose componenti nutazionali minori con periodi che vanno da pochi giorni a diversi anni, causate da configurazioni specifiche del sistema Terra-Luna-Sole e da perturbazioni planetarie.

La teoria matematica della nutazione è complessa e richiede il calcolo delle perturbazioni gravitazionali usando lo sviluppo in serie di multipoli del potenziale gravitazionale. Il modello standard moderno, chiamato IAU 2000A Nutation, include oltre mille termini periodici, ciascuno con la propria ampiezza, periodo e fase. La formula generale per la nutazione in longitudine $\Delta\psi$ e obliquità $\Delta\epsilon$ è espressa come somma di termini sinusoidali:

$$\Delta\psi = \sum_i [(A_i + A_i' \times t) \times \sin(\alpha_i) + (B_i + B_i' \times t) \times \cos(\alpha_i)]$$

$$\Delta\epsilon = \sum_i [(C_i + C_i' \times t) \times \cos(\alpha_i) + (D_i + D_i' \times t) \times \sin(\alpha_i)]$$

dove gli argomenti α_i sono combinazioni lineari di cinque variabili astronomiche fondamentali: la longitudine media della Luna, la longitudine media del Sole, l'argomento di latitudine della Luna (F), l'elongazione media del Sole dalla Luna (D), e la longitudine del nodo ascendente dell'orbita lunare (Ω). I coefficienti A , B , C , D e le loro derivate temporali A' , B' , C' , D' sono determinati dalla teoria gravitazionale e calibrati su osservazioni.

Per l'archeoastronomia, la nutazione ha importanza limitata perché le sue amplitudes sono relativamente piccole (dell'ordine di venti secondi d'arco al massimo) e mediamente si annulla su periodi di alcuni decenni. Quando calcoliamo le posizioni celesti per epoche antiche, solitamente usiamo valori "medi" che escludono le oscillazioni nutazionali, a meno che non stiamo cercando di modellare fenomeni con precisione al secondo d'arco per date specifiche. Tuttavia, per confronti molto precisi tra orientamenti architettonici ed eventi astronomici, specialmente quando le tolleranze richieste sono inferiori al minuto d'arco, la nutazione deve essere considerata.

Equazione del tempo e anomalie nel moto solare apparente

L'equazione del tempo rappresenta un altro fenomeno astronomico rilevante per la comprensione completa degli allineamenti solari. Essa quantifica la differenza tra il tempo solare apparente (quello misurato da una meridiana che segue il Sole vero) e il tempo solare medio (quello scandito da orologi meccanici che assumono giornate di durata uniforme). Questa differenza può raggiungere valori fino a circa ± 16 minuti nel corso dell'anno e risulta dalla combinazione di due effetti distinti: l'eccentricità dell'orbita terrestre e l'obliquità dell'eclittica.

L'orbita terrestre attorno al Sole non è perfettamente circolare ma leggermente ellittica, con un'eccentricità attuale di circa $e \approx 0,0167$. Secondo la seconda legge di Keplero (la legge delle aree), la Terra si muove più rapidamente quando è al perielio (il punto più vicino al Sole, raggiunto intorno al 3 gennaio) e più lentamente all'afelio (il punto più distante, raggiunto intorno al 4 luglio). Questa variazione nella velocità orbitale si traduce in una variazione nella velocità angolare apparente del Sole lungo l'eclittica, che risulta maggiore in inverno e minore in estate per osservatori nell'emisfero nord.

Il secondo contributo all'equazione del tempo deriva dal fatto che il moto apparente del Sole avviene lungo l'eclittica (inclinata di ε rispetto all'equatore celeste), mentre gli orologi meccanici misurano il tempo rispetto all'equatore celeste. La proiezione del moto solare uniforme lungo l'eclittica sul moto in ascensione retta lungo l'equatore non è uniforme, ma varia stagionalmente, essendo massima agli equinozi e minima ai solstizi.

Matematicamente, l'equazione del tempo $E(t)$ può essere espressa come somma di due componenti principali che possono essere approssimate mediante una decomposizione di Fourier:

$$E(t) \approx 7,53 \times \sin(M) + 1,5 \times \sin(2M) - 9,87 \times \sin(2\lambda)$$

dove M è l'anomalia media del Sole (una misura della posizione orbitale che cresce uniformemente con il tempo) e λ è la longitudine eclittica vera del Sole. Il primo e secondo termine rappresentano l'effetto dell'eccentricità orbitale, mentre il terzo termine cattura l'effetto dell'obliquità. I coefficienti numerici (espressi in minuti di tempo) derivano dai valori dell'eccentricità e dell'obliquità e variano lentamente su scale temporali di millenni a causa delle perturbazioni planetarie.

La formula più precisa per l'equazione del tempo include termini addizionali di ordine superiore e tiene conto delle variazioni secolari nell'eccentricità e nell'orientamento dell'asse maggiore dell'orbita (la longitudine del perielio). L'eccentricità terrestre varia ciclicamente tra circa 0,005 e 0,058 con un periodo principale di circa centomila anni, e attualmente sta diminuendo. Cinquemila anni fa, l'eccentricità era leggermente maggiore (circa 0,0180), il che significa che l'ampiezza della componente eccentrica dell'equazione del tempo era circa il 7% più grande rispetto a oggi.

Per l'archeoastronomia, l'equazione del tempo diventa rilevante quando si analizzano dispositivi di misurazione temporale come le meridiane, oppure quando si cerca di determinare con grande precisione il momento esatto in cui il Sole attraversa il meridiano locale (il mezzogiorno solare vero). In siti archeologici dove sono stati identificati marcatori meridiani o fenditure attraverso cui il Sole penetra solo al mezzogiorno, la conoscenza

dell'equazione del tempo permette di distinguere se gli antichi costruttori utilizzassero il Sole vero o un concetto approssimato di tempo solare medio.

Corpi celesti di pietra: archeoastronomia quantitativa, allineamenti stellari e calcolo delle effemeridi nelle architetture monumentali

Parte V: Sistemi calendrici antichi e cicli astronomici

Il calendario Maya: Long Count, Tzolkin e Haab

Il sistema calendrico sviluppato dalla civiltà Maya rappresenta uno degli achievement astronomici e matematici più sofisticati delle culture precolombiane. Diversamente dai sistemi calendrici del Vecchio Mondo che utilizzavano prevalentemente basi decimali, i Maya svilupparono un sistema vigesimale (base venti) modificato che permetteva la registrazione di date su scale temporali immense e la predizione accurata di fenomeni celesti. Il sistema Maya non consisteva in un singolo calendario ma in un complesso interlacciato di cicli temporali che operavano simultaneamente, ciascuno con funzioni cerimoniali, agricole o astronomiche specifiche.

Il calendario più importante dal punto di vista astronomico è il Tzolkin, un ciclo di 260 giorni senza corrispondenza diretta con fenomeni celesti ovvi ma di fondamentale importanza rituale. Il Tzolkin risulta dalla combinazione di un ciclo di venti nomi di giorni (chiamati winal, benché questo termine abbia altri significati nel contesto del Long Count) con un ciclo di tredici numeri. Ogni giorno del Tzolkin è identificato da una coppia (numero, nome), ad esempio 4 Ahau o 13 Imix. Poiché venti e tredici sono coprimi (non hanno fattori comuni eccetto uno), il minimo comune multiplo è $20 \times 13 = 260$, quindi il ciclo completo richiede 260 giorni prima che la stessa combinazione si ripeta.

L'origine del ciclo di 260 giorni rimane oggetto di dibattito. Una teoria suggerisce che corrisponda approssimativamente alla durata della gestazione umana (circa nove mesi lunari di 29,5 giorni ciascuno danno 265,5 giorni), conferendogli significato nel contesto di nascita e destino personale. Un'altra ipotesi, proposta dall'archeoastronomo Anthony Aveni, nota che 260 giorni è molto vicino al triplo del periodo sinodico di Venere diviso per otto ($3 \times 584/8 = 219$ giorni... no, questa relazione non funziona perfettamente), ma corrisponde meglio all'intervallo tra i passaggi zenitali del Sole a latitudini specifiche nella regione Maya.

A latitudini comprese tra circa $14,8^\circ$ nord e $15,0^\circ$ nord (che includono importanti centri Maya come Copán), il Sole passa esattamente allo zenit due volte all'anno, con questi passaggi separati da intervalli di circa 260 giorni e 105 giorni che sommano a 365 giorni. Questa

coincidenza geografica suggerirebbe che il Tzolkin potrebbe aver avuto origine come calendario di osservazioni zenitali, anche se questa interpretazione rimane controversa.

Parallelamente al Tzolkin, i Maya utilizzavano il calendario Haab di 365 giorni, strutturato per approssimare l'anno solare tropico. L'Haab consisteva di diciotto "mesi" di venti giorni ciascuno ($18 \times 20 = 360$ giorni) più un periodo finale di cinque giorni chiamato Wayeb, considerato di cattivo auspicio. Ogni mese aveva un nome specifico (Pop, Wo, Sip, ecc.) e i giorni all'interno del mese erano numerati da 0 a 19 anziché da 1 a 20, riflettendo il concetto Maya di "posizionamento" del giorno piuttosto che di completamento.

La combinazione del Tzolkin (260 giorni) e dello Haab (365 giorni) crea un ciclo più ampio chiamato Calendar Round di 18.980 giorni, equivalente a circa 52 anni solari. Questo periodo corrisponde al minimo comune multiplo di 260 e 365: $\text{MCM}(260, 365) = (260 \times 365) / \text{MCD}(260, 365) = 94.900 / 5 = 18.980$ giorni. Il Calendar Round era utilizzato per datare eventi entro la memoria vivente di una comunità, ma presenta l'ambiguità che date identiche si ripetono ogni 52 anni, rendendo difficile la datazione di eventi storici distanti.

Per superare questa limitazione, i Maya svilupparono il Long Count, un sistema di datazione assoluta che conta i giorni trascorsi da una data mitica di creazione del mondo corrente, fissata (nella correlazione GMT) all'11 agosto 3114 prima dell'era volgare nel calendario gregoriano prolettico. Il Long Count esprime le date in un sistema posizionale vigesimale modificato con cinque posizioni:

baktun (144.000 giorni) · katun (7.200 giorni) · tun (360 giorni) · winal (20 giorni) · kin (1 giorno)

Una data del Long Count è scritta come 9.12.2.0.16, che si legge come: 9 baktun, 12 katun, 2 tun, 0 winal, 16 kin. Per convertire questa data in numero totale di giorni dalla creazione, calcoliamo:

Giorni totali = $9 \times 144.000 + 12 \times 7.200 + 2 \times 360 + 0 \times 20 + 16 \times 1 = 1.296.000 + 86.400 + 720 + 0 + 16 = 1.383.136$ giorni

Dividendo per 365,25 otteniamo circa 3.786 anni dalla data di creazione, collocando questa data nel 672 dell'era volgare. È importante notare che il sistema Long Count utilizza un "tun" di 360 giorni piuttosto che 365, deviando dalla pura vigesimalità (che richiederebbe $20 \times 20 = 400$ giorni nella terza posizione) per meglio approssimare l'anno solare.

Il ciclo più lungo comunemente usato era il baktun di 144.000 giorni (circa 394,3 anni), e tredici baktun costituiscono un "Grande Ciclo" di 1.872.000 giorni (circa 5.125 anni). La fine del tredicesimo baktun del ciclo corrente è avvenuta il 21 dicembre 2012, data che ha generato interpretazioni apocalittiche popolari ma che per i Maya rappresentava semplicemente il completamento di un ciclo importante e l'inizio di uno nuovo, analogamente al passaggio dal vecchio al nuovo millennio nella nostra tradizione.

Dal punto di vista archeoastronomico, il sistema calendrico Maya dimostra osservazioni astronomiche prolungate e accurate. I Maya registrarono cicli di Venere (584 giorni sinodici) con tale precisione che i loro valori (583,92 giorni secondo il Codice di Dresda) sono quasi identici ai valori moderni. Essi identificarono che cinque cicli sinodici di Venere ($5 \times 584 =$

2.920 giorni) corrispondono approssimativamente a otto anni Haab ($8 \times 365 = 2.920$ giorni), creando una risonanza calendrica che permetteva predizioni a lungo termine delle apparizioni di Venere.

I Maya riconobbero anche la discrepanza tra lo Haab di 365 giorni e l'anno solare tropico di 365,2422 giorni, che accumula circa un giorno di errore ogni quattro anni. Evidenze nei codici Maya suggeriscono che fossero consapevoli di questa deriva e potessero aver utilizzato correzioni periodiche, benché il meccanismo preciso rimanga incerto. La correzione più semplice, analoga al nostro anno bisestile, aggiungerebbe un giorno ogni quattro Haab, ma non esistono prove conclusive che i Maya abbiano implementato sistematicamente tale correzione.

Ciclo di Saros: geometria delle eclissi e predizione a lungo termine

Il ciclo di Saros rappresenta uno dei più antichi e importanti periodi astronomici riconosciuti dalle civiltà mesopotamiche, permettendo la predizione delle eclissi solari e lunari con notevole accuratezza. Il Saros corrisponde a 223 lunazioni sinodiche (il periodo tra lune nuove consecutive), equivalenti a circa 6.585,32 giorni o 18 anni, 11 giorni e 8 ore. Più precisamente:

$$223 \text{ lunazioni sinodiche} = 223 \times 29,530589 \text{ giorni} = 6.585,3217 \text{ giorni}$$

Questo periodo è notevole perché approssimativamente equivale anche a:

- 242 mesi draconici (il periodo della Luna per ritornare allo stesso nodo dell'orbita, dove le eclissi possono verificarsi): $242 \times 27,21222 \text{ giorni} = 6.585,357 \text{ giorni}$
- 239 mesi anomalistici (il periodo della Luna per ritornare al perigeo): $239 \times 27,55455 \text{ giorni} = 6.585,537 \text{ giorni}$

La straordinaria coincidenza che 223 lunazioni sinodiche, 242 mesi draconici e 239 mesi anomalistici siano tutti approssimativamente uguali a 6.585,3 giorni significa che dopo un ciclo di Saros, la geometria della configurazione Terra-Luna-Sole si ripete con notevole fedeltà. Se si verifica un'eclisse in una data particolare, molto probabilmente si verificherà un'eclisse simile (sebbene non identica) un Saros dopo.

La spiegazione fisica risiede nella geometria orbitale. Le eclissi solari si verificano quando la Luna nuova si trova sufficientemente vicino a uno dei nodi della sua orbita (i punti dove l'orbita lunare interseca il piano dell'eclittica). Se la Luna è esattamente al nodo durante la luna nuova, l'eclisse sarà centrale e totale (o anulare, a seconda della distanza Terra-Luna). Se la Luna è leggermente spostata dal nodo, l'eclisse sarà parziale, e se è troppo lontana dal nodo, non si verifica alcuna eclisse osservabile.

Il mese draconico di 27,21222 giorni rappresenta il tempo che la Luna impiega per compiere un'orbita completa ritornando allo stesso nodo. Il fatto che 223 lunazioni sinodiche equivalgano quasi esattamente a 242 mesi draconici (con un errore di soli 0,036 giorni) significa che dopo un Saros, la Luna si troverà approssimativamente nella stessa posizione rispetto ai nodi. Inoltre, la coincidenza con 239 mesi anomalistici garantisce che la distanza Terra-Luna (e quindi le dimensioni apparenti della Luna e la durata dell'eclisse) siano approssimativamente le stesse.

Tuttavia, il Saros non è perfetto. L'errore cumulativo di 0,32 giorni (circa 8 ore) significa che le eclissi successive di un ciclo di Saros si verificano circa otto ore più tardi nel giorno, spostando la zona di visibilità di circa 120 gradi in longitudine verso ovest. Dopo tre cicli di Saros (circa 54 anni e un mese), chiamati Exeligmos, questo spostamento temporale accumula circa 24 ore, riportando le eclissi approssimativamente alla stessa ora del giorno e quindi alla stessa regione geografica di visibilità.

Gli astronomi babilonesi scoprirono il ciclo di Saros attraverso secoli di registrazioni meticolose di eclissi lunari e solari. Le tavolette cuneiformi babilonesi datate al settimo secolo prima dell'era volgare dimostrano chiaramente la conoscenza del ciclo e il suo utilizzo per predire eclissi future. La capacità di predire questi eventi drammatici conferiva potere politico e religioso considerevole, poiché le eclissi erano interpretate come presagi divini.

Dal punto di vista archeoastronomico, la questione se e come il ciclo di Saros fosse incorporato nelle architetture antiche rimane aperta. Alcune strutture megalitiche, come le già menzionate Aubrey Holes di Stonehenge (56 buche in totale), sono state interpretate da Gerald Hawkins e altri come possibili dispositivi per tracciare cicli lunari e predire eclissi. L'ipotesi è che spostando marcatori tra le buche secondo regole specifiche, gli astronomi neolitici avrebbero potuto modellare i movimenti nodali lunari e identificare i periodi di rischio eclissale.

La teoria, sebbene ingegnosa, rimane controversa perché richiede che i costruttori di Stonehenge abbiano compreso matematicamente il ciclo di Saros (o cicli correlati) in un'epoca che precede le prime evidenze mesopotamiche di tale conoscenza di oltre un millennio. Inoltre, il numero 56 non ha una corrispondenza ovvia con i parametri del ciclo di Saros. Alcune interpretazioni alternative suggeriscono che 56 sia approssimativamente il triplo del mese draconico ($3 \times 27,21 = 81,63$, poi diviso per un fattore appropriato), ma queste connessioni numeriche possono essere coincidenze piuttosto che prove di intenzionalità.

Ciclo Metonico: armonizzazione lunare-solare

Il ciclo Metonico, attribuito all'astronomo greco Metone di Atene che lo introdusse ad Atene nel 432 prima dell'era volgare, rappresenta un altro periodo astronomico fondamentale che armonizza il mese lunare sinodico con l'anno solare tropico. Il ciclo stabilisce che 19 anni solari tropici corrispondono molto approssimativamente a 235 lunazioni sinodiche:

$$19 \text{ anni tropici} = 19 \times 365,2422 \text{ giorni} = 6.939,602 \text{ giorni} \quad 235 \text{ lunazioni sinodiche} = 235 \times 29,530589 \text{ giorni} = 6.939,688 \text{ giorni}$$

La differenza è di soli 0,086 giorni (circa 2 ore e 4 minuti), un errore notevolmente piccolo che accumula solo un giorno di discrepanza ogni 219 anni circa. Questa coincidenza quasi perfetta permette la costruzione di calendari luni-solari che mantengono sincronizzazione tra le fasi lunari e le stagioni solari attraverso l'inserimento periodico di mesi intercalari.

I calendari luni-solari, come quello ebraico, islamico modificato, e i calendari utilizzati nella Grecia classica e nella Cina antica, devono confrontarsi con il problema che dodici mesi lunari ($12 \times 29,53 = 354,36$ giorni) sono circa undici giorni più corti di un anno solare (365,24 giorni). Senza correzioni, le stagioni deriverebbero progressivamente rispetto ai mesi lunari,

con il risultato che un mese primaverile in un dato anno diventerebbe autunnale dopo circa sedici anni.

Il ciclo Metonico risolve questo problema stabilendo che in diciannove anni solari devono essere inseriti sette mesi intercalari addizionali, poiché 19 anni solari contengono $19 \times 12 = 228$ mesi lunari "normali" più i 7 mesi intercalari necessari per raggiungere il totale di 235 mesi lunari. La distribuzione ottimale di questi sette mesi intercalari tra i diciannove anni è stata oggetto di diverse convenzioni storiche. Il sistema greco classico inseriva mesi extra negli anni 3, 5, 8, 11, 13, 16 e 19 del ciclo.

Matematicamente, possiamo derivare il ciclo Metonico cercando soluzioni intere all'equazione diofantea: $n \times Y \approx m \times M$, dove Y è la lunghezza dell'anno tropico, M è la lunghezza del mese sinodico, e n, m sono interi piccoli. Cerchiamo coppie (n, m) tali che $|n \times Y - m \times M|$ sia minimo. Utilizzando la teoria delle frazioni continue, possiamo espandere il rapporto Y/M :

$$Y/M = 365,2422 / 29,530589 = 12,36827... = 12 + 1/(2 + 1/(1 + 1/(2 + 1/(1 + ...))))$$

I convergenti di questa frazione continua forniscono le migliori approssimazioni razionali: 12/1, 25/2, 37/3, 99/8, 136/11, 235/19, ... Il convergente 235/19 corrisponde al ciclo Metonico e rappresenta una delle migliori approssimazioni possibili con numeri relativamente piccoli.

Dal punto di vista archeoastronomico, il ciclo Metonico potrebbe essere stato incorporato in strutture che tracciavano sia cicli solari che lunari. Ad esempio, se un monumento presenta 19 marcatori distribuiti lungo un cerchio o un allineamento, e se esistono evidenze che questi marcatori erano utilizzati in congiunzione con osservazioni lunari e solari, potremmo ipotizzare una conoscenza del ciclo Metonico. Tuttavia, come sempre in archeoastronomia, dobbiamo distinguere tra la presenza accidentale di numeri significativi e l'incorporazione intenzionale di conoscenze astronomiche.

Un esempio interessante proviene dal meccanismo di Anticitera, un dispositivo meccanico greco antico datato al secondo secolo prima dell'era volgare, recuperato da un relitto al largo dell'isola greca di Anticitera nel 1901. Questo straordinario artefatto, spesso descritto come il primo computer analogico conosciuto, utilizzava un complesso sistema di ingranaggi per modellare e predire le posizioni del Sole, della Luna e dei pianeti. Un quadrante sul retro del dispositivo è suddiviso in 235 sezioni, corrispondenti esattamente ai 235 mesi lunari del ciclo Metonico, dimostrando inconfutabilmente che gli astronomi greci non solo conoscevano questo ciclo ma erano capaci di incorporarlo in dispositivi meccanici sofisticati.

Corpi celesti di pietra: archeoastronomia quantitativa, allineamenti stellari e calcolo delle effemeridi nelle architetture monumentali

Parte VI: Simulazioni Monte Carlo e calendari dell'orizzonte

Simulazioni Monte Carlo per la valutazione di probabilità di allineamenti casuali

Le simulazioni Monte Carlo rappresentano uno strumento statistico potente per valutare la significatività degli allineamenti archeoastronomici quando le assunzioni dei test parametrici classici (come la distribuzione binomiale o il test di Kolmogorov-Smirnov) non sono pienamente soddisfatte. Il metodo Monte Carlo, così chiamato in riferimento al celebre casinò della città monegasca a causa del suo utilizzo di processi casuali, consiste nella generazione di molteplici configurazioni ipotetiche di monumenti con orientamenti casuali e nel confronto delle loro proprietà statistiche con quelle del dataset archeologico reale.

La procedura generale per una simulazione Monte Carlo in archeoastronomia si articola nei seguenti passaggi metodologici. Primo, si definisce il modello nullo, specificando esattamente cosa si intende per "orientamento casuale". Questo può significare una distribuzione uniforme di azimut tra 0 e 360 gradi, oppure una distribuzione che tiene conto di vincoli topografici, architettonici o culturali. Secondo, si genera un grande numero (tipicamente 10.000 o 100.000) di dataset sintetici, ciascuno consistente di N orientamenti (dove N è il numero di monumenti nel campione reale) estratti casualmente secondo il modello nullo.

Terzo, per ciascun dataset sintetico, si calcola una statistica di test rilevante. Questa potrebbe essere il numero di allineamenti che cadono entro una tolleranza specificata dalle direzioni astronomicamente significative, oppure una misura più sofisticata come la massima deviazione tra la distribuzione cumulativa degli orientamenti e quella attesa per allineamenti casuali. Quarto, si confronta il valore della statistica di test osservata nel dataset reale con la distribuzione dei valori ottenuti dai dataset sintetici. Il valore p si calcola come la frazione di dataset sintetici che producono una statistica di test uguale o più estrema rispetto a quella osservata.

Consideriamo un esempio concreto. Supponiamo di avere un campione di 50 strutture megalitiche in una regione geografica, e che 12 di queste mostrano orientamenti compatibili (entro ± 2 gradi) con i quattro azimut solstiziali (sorgere e tramontare del Sole ai solstizi d'estate e d'inverno). Vogliamo determinare se questa concentrazione è statisticamente significativa o potrebbe essere dovuta al caso.

Definiamo la nostra statistica di test come T = numero di strutture allineate con i solstizi. Nel dataset reale, osserviamo $T_{\text{osservato}} = 12$. Ora generiamo 100.000 dataset sintetici, ciascuno consistente di 50 azimut casuali uniformemente distribuiti tra 0 e 360 gradi. Per ogni dataset sintetico, contiamo quanti azimut cadono entro ± 2 gradi dai quattro azimut solstiziali alla latitudine del sito.

Poiché ci sono quattro finestre solstiziali, ciascuna di ampiezza 4 gradi (± 2 gradi), la probabilità che un singolo azimut casuale cada in una di queste finestre è $p = (4 \times 4^\circ) / 360^\circ = 0,0444$. Per un dataset di 50 azimut, ci aspettiamo in media $50 \times 0,0444 = 2,22$

allineamenti casuali. Eseguendo la simulazione Monte Carlo, costruiamo la distribuzione empirica di T sotto l'ipotesi nulla.

Dopo 100.000 simulazioni, potremmo trovare che solo 127 dataset sintetici su 100.000 (0,127%) hanno prodotto $T \geq 12$ allineamenti casuali. Questo ci dà un valore p empirico di 0,00127, significativamente inferiore alla soglia convenzionale di 0,05, permettendoci di rigettare l'ipotesi nulla e concludere che gli allineamenti osservati sono molto probabilmente intenzionali.

Un vantaggio cruciale delle simulazioni Monte Carlo è la loro flessibilità nel modellare ipotesi nulle realistiche. Ad esempio, se sappiamo che considerazioni topografiche limitano gli orientamenti possibili (ad esempio, strutture costruite su pendii tendono ad essere orientate perpendicolarmente alla linea di massima pendenza per motivi strutturali), possiamo incorporare questi vincoli nel modello nullo, generando azimuth casuali che rispettano le distribuzioni topografiche osservate nel sito. Questo approccio produce test più conservativi e credibili.

Un'altra applicazione sofisticata delle simulazioni Monte Carlo riguarda la valutazione di pattern spaziali negli allineamenti. Supponiamo di osservare che strutture allineate verso il solstizio d'estate tendono a raggrupparsi in una particolare sotto-regione del sito, mentre quelle allineate verso il solstizio d'inverno si trovano in un'altra area. Questa segregazione spaziale potrebbe suggerire una pianificazione intenzionale o potrebbe emergere casualmente. Possiamo testare questa ipotesi mediante simulazioni Monte Carlo che randomizzano le posizioni delle strutture mantenendo fissi i loro orientamenti, o viceversa, e calcolando indici di autocorrelazione spaziale per quantificare il grado di clustering.

Le simulazioni Monte Carlo possono anche affrontare problemi complessi di selezione campionaria. In molti siti archeologici, non tutte le strutture sono completamente scavate o preservate abbastanza bene da permettere la determinazione accurata dell'orientamento. Questo crea un potenziale bias di selezione se le strutture meglio preservate hanno caratteristiche sistematicamente diverse da quelle deteriorate. Possiamo modellare questo bias nelle simulazioni randomizzando non solo gli orientamenti ma anche quali strutture del dataset completo sono "osservabili", usando probabilità di preservazione stimate da considerazioni tafonomiche.

Un limite importante delle simulazioni Monte Carlo è che richiedono specifiche assunzioni sul modello nullo, e risultati diversi possono emergere da assunzioni diverse. Ad esempio, un modello nullo che assume orientamenti completamente casuali potrebbe produrre valori p molto diversi da un modello che assume che gli orientamenti seguano le preferenze culturali generali della civiltà in questione, indipendentemente da considerazioni astronomiche. La scelta del modello nullo appropriato richiede quindi giudizio archeologico e antropologico oltre che competenza statistica.

Horizon calendars: marcatori solstiziali e equinoziali su skyline naturali e artificiali

I calendari dell'orizzonte, chiamati anche orologi del cielo o calendari topografici, rappresentano una categoria di dispositivi archeoastronomici che utilizzano caratteristiche

dell'orizzonte naturale o artificialmente modificato come marcatori per tracciare la posizione del Sole durante l'anno. A differenza delle strutture allineate che richiedono l'osservatore di posizionarsi in un punto specifico per vedere un allineamento particolare, i calendari dell'orizzonte creano una serie continua di corrispondenze tra posizioni solari e caratteristiche topografiche, permettendo la determinazione approssimativa della data attraverso l'osservazione di quale picco montano, tacca rocciosa o marcatore artificiale il Sole sorge o tramonta dietro.

Il principio fisico sottostante è semplice ma efficace. Durante il corso dell'anno, l'azimut del sorgere e tramontare del Sole varia tra i valori estremi raggiunti ai solstizi. Alla latitudine di 40 gradi nord, ad esempio, il Sole al solstizio d'estate sorge a circa 59 gradi nord-est e tramonta a circa 301 gradi nord-ovest, mentre al solstizio d'inverno sorge a circa 121 gradi sud-est e tramonta a circa 239 gradi sud-ovest. Tra questi estremi, l'azimut varia con un ritmo che dipende dalla derivata della declinazione solare rispetto al tempo.

La velocità di cambiamento dell'azimut solare non è costante durante l'anno. È massima attorno agli equinozi, quando il Sole attraversa l'equatore celeste, e minima ai solstizi, quando il Sole raggiunge le sue declinazioni estreme e "inverte" la direzione del suo movimento in declinazione. Matematicamente, la derivata dell'azimut del sorgere solare rispetto al tempo può essere calcolata utilizzando la regola della catena:

$$dA/dt = (dA/d\delta) \times (d\delta/dt)$$

Il termine $d\delta/dt$ rappresenta la velocità di cambiamento della declinazione solare, che può essere approssimata da: $d\delta/dt \approx 23,44^\circ \times \cos(2\pi t/T) \times (2\pi/T)$, dove t è il tempo dall'equinozio di primavera e $T = 365,24$ giorni. Il termine $dA/d\delta$ dipende dalla latitudine e dall'altezza dell'orizzonte, come discusso precedentemente.

Valutando queste espressioni, troviamo che agli equinozi il Sole si sposta lungo l'orizzonte al ritmo massimo di circa 0,4-0,5 gradi al giorno (alla latitudine di 40-50 gradi), mentre ai solstizi la velocità scende a quasi zero, con il Sole che sembra "fermarsi" (da cui il termine "solstizio" dal latino sol stat, "il Sole si ferma") per diversi giorni prima di invertire la direzione del suo movimento.

Questa variazione nella velocità di spostamento solare ha implicazioni pratiche per i calendari dell'orizzonte. Attorno agli equinozi, caratteristiche dell'orizzonte separate da pochi gradi in azimut corrispondono a date separate solo da una settimana circa, permettendo una risoluzione temporale fine. Al contrario, attorno ai solstizi, anche caratteristiche separate da un grado potrebbero corrispondere a date separate da due settimane o più, riducendo la precisione temporale.

Un esempio ben studiato di calendario dell'orizzonte proviene dal sito di Chimney Rock in Colorado, Stati Uniti. Questo sito archeologico Pueblo presenta rovine di strutture cerimoniali posizionate in modo tale che, viste da un punto di osservazione centrale, due pinnacoli rocciosi naturali distintivi (che danno il nome "Chimney Rock" al sito) inquadrano il sorgere della Luna durante i lunistizi maggiori, eventi che si verificano ogni 18,61 anni quando la Luna raggiunge le sue massime escursioni nord e sud lungo l'orizzonte.

Gli astronomi Kim Malville e John Eddy hanno documentato che durante il lunistizio maggiore settentrionale, la Luna piena sorge esattamente nell'intervallo tra i due pinnacoli quando osservata dalle rovine. Questa configurazione non si verifica durante i lunistizi minori (quando la Luna ha escursioni ridotte) né durante i cicli lunari normali, rendendo il fenomeno un marcatore temporale distintivo per il ciclo nodale di 18,61 anni. La precisione dell'allineamento e la monumentalità delle strutture costruite in questo luogo remoto suggeriscono che il sito fosse deliberatamente scelto o modificato per osservare questo fenomeno raro.

Un altro esempio proviene dalle culture native americane della regione dei Grandi Laghi. Etnografi hanno documentato che alcune tribù utilizzavano configurazioni di picchi montuosi come calendari per determinare i tempi appropriati per attività stagionali come la semina, la pesca e le cerimonie. Il Sole osservato sorgere dietro un particolare picco segnalava l'approssimarsi di un evento stagionale importante. Sebbene questi sistemi fossero trasmessi oralmente e non incorporati in architetture permanenti, dimostrano la diffusione del concetto di calendario dell'orizzonte attraverso diverse culture.

In alcuni casi, gli antichi astronomi non si limitavano a utilizzare caratteristiche naturali dell'orizzonte ma creavano marcatori artificiali. A Chankillo in Perù, un sito archeologico datato al quarto secolo prima dell'era volgare, un allineamento di tredici torri disposte lungo una cresta permette di tracciare l'intero movimento annuale del Sole. Viste da un punto di osservazione occidentale, le posizioni dei sorgere solari attraverso le torri durante l'anno permettono di determinare la data con una precisione di circa due o tre giorni. Analogamente, viste da un punto di osservazione orientale, i tramonti solari tra le torri forniscono un calendario complementare.

La distribuzione spaziale delle tredici torri non è uniforme ma è ottimizzata per fornire marcatori temporali utili. Le torri sono più densamente concentrate nelle regioni dell'orizzonte corrispondenti agli equinozi, dove la velocità di movimento solare è massima e sono necessari più marcatori per mantenere la risoluzione temporale, mentre sono più rarefatte nelle regioni solstiziali dove il Sole si muove lentamente. Questa distribuzione adattiva dimostra una comprensione sofisticata della cinematica solare apparente.

L'analisi quantitativa dei calendari dell'orizzonte richiede la misurazione accurata dei profili dell'orizzonte da punti di osservazione ipotizzati, il calcolo degli azimut e delle altezze di caratteristiche topografiche distintive, e il confronto con gli azimut solari (o lunari, o stellari) calcolati per varie date dell'anno. Software moderni permettono di generare profili dell'orizzonte da modelli digitali del terreno, automatizzando gran parte di questo processo.

Un test di significatività per calendari dell'orizzonte potrebbe valutare se la densità di marcatori naturali lungo l'orizzonte correla con la velocità di spostamento solare, come ci aspetteremmo se il calendario fosse intenzionalmente progettato. Se troviamo che le regioni dell'orizzonte corrispondenti agli equinozi (dove il Sole si muove rapidamente) presentano più caratteristiche distintive utilizzabili come marcatori rispetto alle regioni solstiziali, questo pattern potrebbe essere dovuto a selezione intenzionale del punto di osservazione o a modifiche artificiali dell'orizzonte.

Problemi di conservazione e incertezza archeologica

Un aspetto cruciale ma spesso sottovalutato dell'archeoastronomia quantitativa riguarda le incertezze introdotte dai processi archeologici di scavo, interpretazione e datazione. Le strutture antiche che analizziamo oggi sono tipicamente rovinate, parzialmente crollate, alterate da processi naturali di erosione e sedimentazione, e a volte modificate da occupazioni successive o da interventi moderni di restauro. Tutte queste modificazioni introducono incertezze nella determinazione degli orientamenti originali e richiedono cautela nell'interpretazione archeoastronomica.

Consideriamo il problema della determinazione dell'orientamento di una struttura parzialmente crollata. Se rimangono solo alcuni blocchi di fondazione di un edificio rettangolare, l'orientamento può essere ricostruito interpolando tra questi blocchi, ma l'incertezza dipende criticamente da quanto sono preservati i blocchi angolari. Se i quattro angoli sono intatti, l'orientamento può essere determinato con precisione di pochi decimi di grado. Se rimane solo un lato e dobbiamo assumere che la struttura fosse perfettamente rettangolare (un'assunzione non sempre giustificata), l'incertezza aumenta considerevolmente.

Le tecniche moderne di rilievo, incluse la fotogrammetria digitale, il laser scanning 3D e i droni equipaggiati con camere ad alta risoluzione, permettono documentazione precisa delle strutture come esistono oggi, ma la traduzione di queste misurazioni moderne alla configurazione originale richiede ancora giudizio archeologico. Ad esempio, le pietre di un cerchio megalitico potrebbero essersi inclinate nel corso dei millenni a causa di movimenti del terreno, alterando sottilmente gli allineamenti visuali originali.

La datazione delle strutture introduce un'altra dimensione di incertezza. Molti allineamenti archeoastronomici sono sensibili all'epoca perché le posizioni stellari cambiano a causa della precessione, e perché i parametri orbitali terrestri (obliquità, eccentricità) variano lentamente. Se una struttura può essere datata solo entro un intervallo di diversi secoli mediante metodi archeologici standard (tipologia ceramica, stratigrafia, datazione al radiocarbonio con le sue incertezze intrinseche), l'ambiguità temporale si traduce in ambiguità negli azimut astronomici attesi.

La datazione al radiocarbonio, il metodo più comunemente utilizzato per materiali organici antichi, ha tipicamente incertezze di ± 50 -100 anni per periodi preistorici, che si amplificano ulteriormente a causa della calibrazione necessaria per convertire le età al radiocarbonio in età di calendario (dovuta alle variazioni storiche nell'abbondanza di carbonio-14 atmosferico). Per strutture megalitiche dove il radiocarbonio può essere ottenuto solo da carbone o materiale organico trovato in contesti associati ma non necessariamente contemporanei alla costruzione, l'incertezza cronologica può raggiungere secoli.

Fortunatamente, in alcuni casi l'archeoastronomia può contribuire alla datazione. Se una struttura presenta un allineamento stellare molto preciso, e se possiamo calcolare retroattivamente quando quella stella occupava esattamente la posizione allineata, possiamo proporre una data astronomica per la costruzione. Questo metodo di "datazione archeoastronomica" è stato applicato, ad esempio, per raffinare la cronologia di alcuni templi egizi dove allineamenti stellari specifici erano incorporati deliberatamente nel design.

Tuttavia, questo approccio presenta circolarità metodologica e deve essere usato con estrema cautela. Utilizzare allineamenti astronomici per datare una struttura e poi usare

quella data per dimostrare l'intenzionalità dell'allineamento costituisce un ragionamento circolare. La datazione archeoastronomica è più credibile quando è supportata da datazioni archeologiche indipendenti convergenti, o quando l'allineamento riguarda fenomeni astronomici che cambiano molto lentamente, minimizzando l'ambiguità temporale.

Corpi celesti di pietra: archeoastronomia quantitativa, allineamenti stellari e calcolo delle effemeridi nelle architetture monumentali

Parte VII: Sintesi metodologica e prospettive future

Integrazione delle evidenze multiple: un approccio bayesiano

L'archeoastronomia moderna si sta muovendo progressivamente verso approcci inferenziali più sofisticati che integrano molteplici linee di evidenza utilizzando framework probabilistici, in particolare la statistica bayesiana. L'approccio bayesiano permette di combinare informazioni da diverse fonti (misurazioni architettoniche, testi storici, iconografia, etnografia) per calcolare probabilità aggiornate che un allineamento sia intenzionale, piuttosto che limitarsi a rigettare o accettare ipotesi nulle in modo binario.

Il teorema di Bayes, nella sua forma più generale, afferma che la probabilità posteriore di un'ipotesi H dato l'osservazione di dati D è proporzionale al prodotto della verosimiglianza dei dati sotto l'ipotesi e della probabilità a priori dell'ipotesi:

$$P(H|D) = [P(D|H) \times P(H)] / P(D)$$

Nel contesto archeoastronomico, H potrebbe rappresentare l'ipotesi che una struttura sia intenzionalmente allineata verso un fenomeno astronomico specifico, mentre D rappresenta l'insieme delle osservazioni rilevanti: la precisione dell'allineamento misurato, la rilevanza culturale del fenomeno astronomico, l'esistenza di strutture simili nella stessa cultura, evidenze testuali o iconografiche correlate, e così via.

La verosimiglianza $P(D|H)$ quantifica quanto probabili sarebbero le osservazioni se l'ipotesi fosse vera. Ad esempio, se l'ipotesi è che una struttura fosse allineata verso il sorgere di Sirio al momento della costruzione, la verosimiglianza include la probabilità di osservare la precisione dell'allineamento misurato (considerando incertezze nella determinazione dell'orientamento) e la probabilità di trovare riferimenti a Sirio in testi o iconografie associate alla struttura.

La probabilità a priori $P(H)$ rappresenta la nostra credenza nell'ipotesi prima di considerare i dati specifici della struttura in questione. Questa dovrebbe essere informata dalla nostra conoscenza generale della cultura che costruì la struttura. Se sappiamo da fonti indipendenti

che quella cultura aveva interesse astronomico e incorporava allineamenti celesti in altre strutture, la probabilità a priori sarà relativamente alta. Se invece non esistono evidenze precedenti di interesse astronomico, la probabilità a priori sarà bassa.

Il denominatore $P(D)$ è la probabilità marginale dei dati, calcolata sommando su tutte le ipotesi possibili: $P(D) = \sum_i P(D|H_i) \times P(H_i)$. Questo termine funge da fattore di normalizzazione che garantisce che le probabilità posteriori sommino a uno.

Un vantaggio fondamentale dell'approccio bayesiano è che permette l'aggiornamento iterativo delle credenze man mano che nuove evidenze emergono. Se un'escavazione successiva scopre un testo che menziona esplicitamente osservazioni astronomiche nel sito, questa nuova evidenza può essere incorporata aggiornando la probabilità a priori e ricalcolando la probabilità posteriore. Questo processo riflette più naturalmente come la conoscenza scientifica si accumula nel tempo rispetto al framework classico del test di ipotesi.

Consideriamo un esempio concreto. Supponiamo di analizzare una struttura templare egizia con orientamento compatibile (entro un grado) con il sorgere di Sirio nel 1500 prima dell'era volgare. Stabiliamo le seguenti probabilità soggettive basate sulla nostra conoscenza archeologica:

- $P(H_{\text{intenzionale}}) = 0,3$ (probabilità a priori che l'allineamento sia intenzionale, basata sulla conoscenza che circa il 30% dei templi egizi mostrano allineamenti stellari convincenti)
- $P(D|H_{\text{intenzionale}}) = 0,8$ (se l'allineamento è intenzionale, c'è un'alta probabilità di osservare la precisione misurata, considerando le incertezze)
- $P(D|H_{\text{casuale}}) = 0,05$ (se l'allineamento è casuale, la probabilità di una corrispondenza così precisa è bassa)

Applicando il teorema di Bayes:

$$P(H_{\text{intenzionale}}|D) = [0,8 \times 0,3] / [0,8 \times 0,3 + 0,05 \times 0,7] = 0,24 / 0,275 \approx 0,873$$

La probabilità posteriore che l'allineamento sia intenzionale è quindi circa 87%, significativamente maggiore della nostra probabilità a priori del 30%. Se successivamente scopriamo un'iscrizione geroglifica nel tempio che fa riferimento a Sirio, possiamo aggiornare ulteriormente questa probabilità, aumentando $P(D|H_{\text{intenzionale}})$ a valori vicini a uno, portando la probabilità posteriore molto vicina alla certezza.

Limiti epistemologici e la sfida dell'interpretazione culturale

Nonostante i progressi metodologici nell'archeoastronomia quantitativa, permangono limiti epistemologici fondamentali che dobbiamo riconoscere con umiltà intellettuale. Il più profondo di questi riguarda il fatto che possiamo misurare con grande precisione gli orientamenti fisici delle strutture antiche e calcolare accuratamente le posizioni dei corpi celesti per qualsiasi epoca, ma rimane intrinsecamente difficile, e in alcuni casi impossibile, penetrare nel significato culturale e nelle motivazioni che guidarono le scelte architettoniche.

Anche quando dimostri statisticamente che un allineamento è troppo preciso per essere casuale, e anche quando identifichiamo il corpo celeste verso cui l'allineamento punta, rimangono domande aperte. Quale significato cosmologico o religioso aveva quel corpo celeste per i costruttori? L'allineamento serviva funzioni pratiche (come determinare date per attività agricole o cerimonie), o aveva principalmente significato simbolico? L'allineamento era compreso da tutta la popolazione o solo da una élite sacerdotale? Come veniva tramandato nel tempo il sapere necessario per utilizzare questi dispositivi astronomici?

Queste domande richiedono evidenze contestuali che vanno oltre le misurazioni architettoniche e astronomiche. Testi scritti, quando disponibili, possono fornire informazioni cruciali sulle credenze astronomiche e cosmologiche. L'iconografia, le rappresentazioni artistiche di corpi celesti, i miti e le leggende registrati etnograficamente, tutti contribuiscono a ricostruire il contesto culturale entro cui gli allineamenti astronomici acquisivano significato.

Tuttavia, per molte culture pre-letterarie, specialmente quelle che costruirono megaliti nel Neolitico europeo, non disponiamo di testi scritti e dobbiamo affidarci quasi esclusivamente all'evidenza materiale. Questo crea una sfida ermeneutica: stiamo proiettando le nostre categorie concettuali moderne (la distinzione tra "scienza" e "religione", tra "osservazione empirica" e "credenza mitologica") su culture che potrebbero aver concettualizzato il mondo in modi radicalmente diversi?

L'antropologia culturale ci insegna che molte società tradizionali non separano rigidamente il dominio del sacro da quello del profano, né distinguono la conoscenza empirica dai miti cosmogonici. Per un sacerdote Maya, predire un'eclisse mediante calcoli calendarici sofisticati e interpretarla come un presagio divino erano aspetti complementari di una visione del mondo unificata, non attività intellettualmente separate come lo sarebbero per un astronomo moderno.

Questa consapevolezza dovrebbe renderci cauti nell'interpretare le architetture astronomiche antiche esclusivamente in termini funzionali ("osservatori" o "calendari"), ignorando le dimensioni simboliche e rituali. Allo stesso tempo, dobbiamo evitare l'estremo opposto di ridurre tutto a simbolismo generico, negando la possibilità che gli antichi conducessero osservazioni empiriche sistematiche e sviluppassero conoscenze astronomiche quantitative.

Il percorso più prudente è quello che alcuni studiosi chiamano "interpretazione simmetrica": riconoscere che le culture antiche erano capaci sia di osservazioni empiriche accurate che di elaborazioni simboliche complesse, e che questi aspetti erano spesso intrecciati in modi che sfuggono alle nostre categorie moderne. Gli allineamenti architettonici possono simultaneamente funzionare come dispositivi per tracciare il tempo e come manifestazioni di cosmologie sacre che collegavano l'ordine terrestre all'ordine celeste.

Prospettive future: tecnologie emergenti e nuove frontiere

L'archeoastronomia si trova in un momento di trasformazione accelerata grazie all'emergere di nuove tecnologie che espandono radicalmente le nostre capacità analitiche. Il telerilevamento mediante satelliti ad alta risoluzione, i droni equipaggiati con sensori LiDAR (Light Detection and Ranging), e la fotogrammetria computazionale permettono la documentazione tridimensionale precisa di interi paesaggi archeologici con risoluzioni

dell'ordine del centimetro, rivelando strutture e allineamenti che potrebbero non essere visibili dal livello del suolo.

Il LiDAR è particolarmente rivoluzionario perché può penetrare la copertura vegetale, permettendo la mappatura di strutture sepolte nella giungla o coperte da foreste. Questa tecnologia ha già portato a scoperte spettacolari, come l'identificazione di migliaia di strutture Maya precedentemente sconosciute nella foresta pluviale del Guatemala, molte delle quali presentano orientamenti che richiedono analisi archeoastronomica.

L'intelligenza artificiale e il machine learning offrono nuove possibilità per l'identificazione automatica di pattern negli orientamenti architettonici su larga scala. Algoritmi di clustering possono identificare gruppi di strutture con orientamenti simili, mentre reti neurali possono essere addestrate a riconoscere caratteristiche architettoniche associate ad allineamenti astronomici intenzionali. Questi metodi computazionali permettono l'analisi di dataset contenenti migliaia di strutture, scale che sarebbero intrattabili con metodi manuali tradizionali.

La realtà virtuale e aumentata stanno emergendo come strumenti potenti per la visualizzazione e l'interpretazione archeoastronomica. Ricostruzioni virtuali di siti antichi permettono ai ricercatori (e al pubblico) di sperimentare fenomeni astronomici come sarebbero apparsi agli osservatori antichi, posizionandosi virtualmente in punti di osservazione specifici e visualizzando il cielo per date storiche. Queste esperienze immersive possono rivelare aspetti dei fenomeni archeoastronomici che sarebbero difficili da apprezzare attraverso mappe bidimensionali o fotografie statiche.

I database astronomici ad alta precisione, come quelli derivati dalla missione Gaia dell'Agenzia Spaziale Europea che ha misurato le posizioni, i moti propri e le parallassi di oltre un miliardo di stelle con precisione senza precedenti, permettono calcoli retroattivi di posizioni stellari con accuratezza milliarcsecondo per epoche storiche. Questo livello di precisione permette test più stringenti di allineamenti stellari proposti e può risolvere ambiguità in casi dove le incertezze precedenti erano troppo grandi.

La modellazione climatica e ambientale del passato, basata su proxy paleoclimatici come carote di ghiaccio, anelli di crescita degli alberi e sedimenti lacustri, permette ricostruzioni delle condizioni atmosferiche antiche che influenzavano l'osservabilità astronomica. Sapere quanti giorni all'anno il cielo era sufficientemente sereno per osservazioni, e quali stagioni erano più favorevoli, aiuta a comprendere le strategie osservative antiche e le limitazioni pratiche che gli astronomi antichi affrontavano.

Un'area emergente di ricerca riguarda la "archeoastronomia cognitiva", che cerca di comprendere come le diverse culture concettualizzavano e categorizzavano i fenomeni celesti. Studi interculturali delle tassonomie celesti (come diverse culture raggruppano le stelle in costellazioni, come nominano e interpretano i pianeti, quali cicli temporali considerano significativi) rivelano sia principi universali della cognizione umana applicata al cielo sia variazioni culturalmente specifiche che riflettono diverse cosmologie e priorità pratiche.

Riflessioni conclusive: l'architettura come testimone cosmico

Le strutture monumentali che abbiamo esaminato in questo trattato rappresentano molto più che semplici edifici o tombe. Esse costituiscono testimonianze materializzate di come le civiltà antiche compresero il loro posto nell'universo, di come osservarono i cieli con pazienza attraverso generazioni, di come tradussero conoscenze astronomiche in pietra e orientamenti permanenti che sfidavano il tempo. Ogni allineamento preciso, ogni calcolo incorporato nell'architettura, ogni fenomeno luminoso coreografato per manifestarsi in momenti specifici dell'anno, rappresenta un atto di connessione deliberata tra l'ordine terrestre e quello celeste.

L'archeoastronomia quantitativa, con i suoi metodi statistici rigorosi, i suoi calcoli efemeridici precisi e le sue simulazioni computazionali, ci permette di decifrare questi messaggi lasciati in pietra dalle civiltà scomparse. Essa trasforma speculazioni romantiche in ipotesi scientificamente testabili, distinguendo i pattern autentici dalle coincidenze, rivelando la sofisticazione delle conoscenze astronomiche antiche che troppo spesso sono state sottovalutate o ignorate da prospettive eurocentrate che assumevano progresso lineare della conoscenza.

Le strutture che abbiamo analizzato, da Stonehenge nelle brume britanniche alle piramidi nelle sabbie egizie, da Newgrange nelle valli irlandesi ai templi cambogiani avvolti dalla giungla, dalle piramidi mesoamericane ai marcatori dell'orizzonte andini, tutte dimostrano che l'osservazione del cielo e la ricerca di regolarità nei movimenti celesti sono impulsi umani universali che trascendono culture e continenti. Esse testimoniano che l'astronomia, lungi dall'essere un'invenzione recente della scienza occidentale, ha radici profonde in tutte le tradizioni umane.

Allo stesso tempo, dobbiamo riconoscere che ogni atto di interpretazione archeoastronomica è un dialogo attraverso i millenni, un tentativo di comprendere menti che percepivano il cosmo attraverso categorie concettuali potenzialmente molto diverse dalle nostre. Le nostre analisi quantitative, per quanto precise, catturano solo aspetti parziali di realtà culturali ricche e complesse. I numeri e le statistiche ci dicono che un allineamento è troppo preciso per essere casuale, ma non possono restituirci il senso di meraviglia che un sacerdote neolitico provava vedendo il Sole illuminare la camera sepolcrale all'alba del solstizio, né possono ricostruire completamente le narrazioni mitiche attraverso cui una sacerdotessa Maya interpretava il movimento di Venere attraverso i cicli del Tzolkin.

L'archeoastronomia, nella sua forma più matura, è quindi necessariamente interdisciplinare. Essa richiede padronanza della matematica e dell'astronomia, competenza statistica, familiarità con metodi archeologici, sensibilità antropologica alle variazioni culturali, e umiltà epistemologica di fronte ai limiti della nostra capacità di penetrare completamente in cosmologie non più vissute. È una scienza che ci invita simultaneamente al rigore quantitativo e all'immaginazione empatica, alla precisione delle misurazioni e all'apertura interpretativa.

Guardando al futuro, possiamo anticipare che le nuove tecnologie continueranno a rivelare dettagli sempre più fini degli allineamenti astronomici antichi, permettendoci di testare ipotesi con precisioni che una generazione fa sarebbero sembrate impossibili. Ma dobbiamo ricordare che la raffinatezza tecnica dei nostri strumenti non ci esime dalla necessità di interpretazione contestualizzata e culturalmente informata. Un allineamento misurato con

precisione miliardesecondo rimane muto fino a quando non lo collochiamo nel contesto delle credenze, delle pratiche rituali, delle strutture sociali e delle esigenze pratiche delle persone che lo crearono.

I corpi celesti di pietra che punteggiano il nostro pianeta rimangono, nelle parole dell'archeologo Colin Renfrew, "telescopi del passato" attraverso cui possiamo intravedere non solo le competenze astronomiche dei nostri antenati, ma anche le loro aspirazioni cosmiche, i loro tentativi di imporre ordine e significato su un universo vasto e spesso sconcertante, la loro ricerca di connessione con forze che trascendevano la scala umana. In questo senso, l'archeoastronomia non è solo lo studio del passato, ma un incontro continuato con le domande perenni sull'esistenza umana, sul nostro rapporto con il cosmo, sulla nostra eterna ricerca di pattern e significato nel flusso apparentemente caotico dell'esperienza.

Mentre continuiamo a raffinare i nostri metodi, ad accumulare dati, a testare ipotesi con rigore crescente, dovremmo mantenere vivo il senso di meraviglia che ispirò i costruttori antichi a erigere queste strutture monumentali. Le pietre silenziose parlano ancora, e attraverso l'ascolto attento di ciò che hanno da dirci, possiamo recuperare frammenti di saggezza antica, riscoprire connessioni dimenticate tra terra e cielo, e forse, trovare ispirazione per affrontare le nostre sfide contemporanee con la stessa combinazione di osservazione paziente, ingegnosità tecnica e visione cosmica che caratterizzò i nostri progenitori.

Archeoastronomia Quantitativa - Approfondimenti

Parte VIII: Matematica delle Orbite Celesti e Calcoli Retroattivi

Teoria delle Perturbazioni Orbitali e Calcoli a Lungo Termine

Il calcolo retroattivo delle posizioni dei corpi celesti per epoche remote richiede la comprensione delle perturbazioni gravitazionali che modificano lentamente i parametri orbitali nel corso dei millenni. La meccanica celeste classica, basata sulle leggi di Newton e sulle equazioni di Keplero, fornisce una prima approssimazione eccellente per periodi brevi, ma per intervalli di migliaia di anni le perturbazioni planetarie accumulano effetti significativi.

L'orbita di un pianeta o della Luna può essere descritta mediante sei elementi orbitali classici, chiamati elementi kepleriani:

1. **Semiasse maggiore** (a): Metà dell'asse principale dell'ellisse orbitale
2. **Eccentricità** (e): Misura dello schiacciamento dell'ellisse ($e = 0$ per un cerchio)
3. **Inclinazione** (i): Angolo tra il piano orbitale e il piano di riferimento

4. **Longitudine del nodo ascendente** (Ω): Angolo dal punto vernale al nodo ascendente
5. **Argomento del perielio** (ω): Angolo dal nodo ascendente al perielio
6. **Anomalia media** (M): Posizione dell'oggetto nell'orbita al tempo t

Questi elementi non sono costanti ma variano nel tempo secondo equazioni differenziali derivate dalla teoria delle perturbazioni. Per l'orbita terrestre, le variazioni secolari più importanti sono:

Variazione della longitudine del perielio: $d\varpi/dt \approx 11,6$ secondi d'arco/anno

dove $\varpi = \Omega + \omega$ è la longitudine del perielio misurata dal punto vernale. Questo valore deriva principalmente dalle perturbazioni di Venere e Giove.

Variazione dell'eccentricità: $e(t) = 0,01671 - 0,00004 \times \cos(2\pi \times t/100000 \text{ anni}) - 0,00012 \times \cos(2\pi \times t/400000 \text{ anni})$

Questa variazione ciclica ha ampiezze che cambiano su scale di centinaia di migliaia di anni secondo i cicli di Milanković.

Variazione dell'inclinazione orbitale: $i(t) \approx 0^\circ + \text{perturbazioni periodiche minori}$

L'orbita terrestre rimane molto vicina al piano dell'eclittica di riferimento, con variazioni di inclinazione inferiori a $0,01^\circ$.

Equazioni di Lagrange per le Perturbazioni Planetarie

Le variazioni degli elementi orbitali causate da perturbazioni gravitazionali sono descritte dalle equazioni di Lagrange in forma planetaria. Per un pianeta di massa m orbitante attorno al Sole di massa M , perturbato da un pianeta esterno di massa m' , le equazioni sono:

$$da/dt = (2/(n \times a)) \times \partial R/\partial M$$

$$de/dt = -(1/(n \times a^2 \times e)) \times \partial R/\partial \omega + (\sqrt{(1-e^2)}/(n \times a^2 \times e)) \times \partial R/\partial M$$

$$di/dt = -(\cos(i)/(n \times a^2 \times \sqrt{(1-e^2)} \times \sin(i))) \times \partial R/\partial \Omega + (1/(n \times a^2 \times \sqrt{(1-e^2)} \times \sin(i))) \times \partial R/\partial \omega$$

dove $n = \sqrt{G(M+m)/a^3}$ è il moto medio e R è la funzione perturbatrice, ovvero la parte del potenziale gravitazionale dovuta ai pianeti perturbanti.

La funzione perturbatrice per un sistema di pianeti può essere sviluppata in serie di Fourier con termini della forma:

$$R = \sum A_{jklmn} \times \cos(j \times \lambda + k \times \lambda' + l \times \varpi + m \times \varpi' + n \times \Omega)$$

dove λ e λ' sono le longitudini medie del pianeta e del perturbatore, e i coefficienti A dipendono dai rapporti delle distanze e dalle masse.

Calcolo dell'Obliquità dell'Eclittica: Sviluppi Polinomiali

L'obliquità dell'eclittica ε , fondamentale per determinare le declinazioni solari ai solstizi, varia secondo una funzione complessa del tempo. Il modello più accurato è fornito dalla teoria IAU 2006, che esprime ε come serie polinomiale:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \times t + \varepsilon_2 \times t^2 + \varepsilon_3 \times t^3 + \varepsilon_4 \times t^4 + \varepsilon_5 \times t^5$$

dove t è misurato in secoli giuliani (36525 giorni) dall'epoca J2000,0, e i coefficienti sono:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= 84381,406 \text{ secondi d'arco} = 23^\circ 26' 21,406'' & \varepsilon_1 &= -46,836769 \text{ secondi d'arco/secolo} & \varepsilon_2 &= \\ &= -0,0001831 \text{ secondi d'arco/secolo}^2 & \varepsilon_3 &= +0,00200340 \text{ secondi d'arco/secolo}^3 & \varepsilon_4 &= \\ &= -0,000000576 \text{ secondi d'arco/secolo}^4 & \varepsilon_5 &= -0,0000000434 \text{ secondi d'arco/secolo}^5 \end{aligned}$$

Per l'epoca di costruzione di Stonehenge (circa 2500 a.C., corrispondente a $t = -45,25$ secoli):

$$\begin{aligned} \varepsilon(2500 \text{ a.C.}) &= 84381,406 + (-46,836769) \times (-45,25) + (-0,0001831) \times (45,25)^2 + \dots & \varepsilon(2500 \text{ a.C.}) \\ &\approx 84381,406 + 2118,86 + 374,58 + 185,23 - 5,26 - 0,40 & \varepsilon(2500 \text{ a.C.}) &\approx 86054,43 \text{ secondi} \\ && \text{d'arco} &\approx 23,9040^\circ \end{aligned}$$

Questa obliquità maggiore di circa $0,47^\circ$ rispetto al valore attuale ($23,44^\circ$) implica che il Sole ai solstizi raggiungeva declinazioni di $\pm 23,91^\circ$ anziché $\pm 23,44^\circ$.

Trasformazioni di Coordinate: dalla Precessione al Sistema Attuale

Per convertire le coordinate stellari dall'epoca di costruzione di un monumento all'epoca attuale (o viceversa), dobbiamo applicare matrici di rotazione che incorporano precessione, nutazione e moto proprio delle stelle.

Il processo completo prevede:

1. **Correzione del moto proprio:** Le stelle si muovono rispetto al baricentro galattico. Il moto proprio μ (misurato in millisecondi d'arco per anno) sposta la stella di:

$$\Delta\alpha = \mu_\alpha \times \Delta t \quad \Delta\delta = \mu_\delta \times \Delta t$$

dove μ_α è il moto proprio in ascensione retta e μ_δ in declinazione, e Δt è l'intervallo temporale in anni.

2. **Correzione per parallasse:** La parallasse annua π (misurata in millisecondi d'arco) causa spostamenti apparenti dovuti al moto orbitale terrestre. Per stelle vicine (entro ~ 100 parsec), questo effetto è significativo.
3. **Precessione:** Applicazione delle matrici di rotazione precessionale $P(t_1, t_2)$ che trasformano coordinate dall'epoca t_1 all'epoca t_2 .

La matrice di precessione completa può essere scomposta in tre rotazioni successive:

$$P = R_3(-z) \times R_2(+\theta) \times R_3(-\zeta)$$

dove R_3 e R_2 sono matrici di rotazione attorno agli assi z e y rispettivamente, e ζ , z , θ sono angoli di precessione calcolati mediante:

$$\zeta = (2306,2181 + 1,39656 \times T_0 - 0,000139 \times T_0^2) \times T + (0,30188 - 0,000344 \times T_0) \times T^2 + 0,017998 \times T^3$$

$$z = (2306,2181 + 1,39656 \times T_0 - 0,000139 \times T_0^2) \times T + (1,09468 + 0,000066 \times T_0) \times T^2 + 0,018203 \times T^3$$

$$\theta = (2004,3109 - 0,85330 \times T_0 - 0,000217 \times T_0^2) \times T - (0,42665 + 0,000217 \times T_0) \times T^2 - 0,041833 \times T^3$$

dove T_0 e T sono i secoli giuliani dalle epoche iniziale e finale rispetto a J2000,0, espressi in secondi d'arco.

Rifrazione Atmosferica: Modelli Accurati

La rifrazione atmosferica piega i raggi luminosi provenienti dai corpi celesti, facendoli apparire più alti della loro posizione geometrica vera. L'effetto è massimo all'orizzonte e diminuisce verso lo zenit.

Per altezze $h > 15^\circ$ sopra l'orizzonte, una buona approssimazione è:

$$R = 58,29'' \times \tan(z) - 0,0668'' \times \tan^3(z)$$

dove $z = 90^\circ - h$ è la distanza zenitale. All'orizzonte ($h = 0^\circ$, $z = 90^\circ$), questa formula diverge, e dobbiamo usare formule specializzate.

Per oggetti vicini all'orizzonte, la formula di Bennett fornisce un'eccellente approssimazione:

$$R = (1/\tan(h + 7,31/(h + 4,4)))$$

dove R è in gradi e h è l'altezza apparente in gradi. All'orizzonte matematico ($h = 0^\circ$), questa formula fornisce:

$$R(0^\circ) \approx 1/\tan(7,31/4,4) \approx 1/\tan(1,661^\circ) \approx 1/0,0290 \approx 34,5'$$

ovvero circa 34,5 minuti d'arco, leggermente maggiore del diametro apparente del Sole o della Luna (circa 30-32 minuti d'arco). Questo significa che quando il Sole o la Luna appaiono toccare l'orizzonte, geometricamente si trovano già circa mezzo grado sotto di esso.

La rifrazione dipende anche dalle condizioni atmosferiche:

$$R(T,P) = R_0 \times (P/1010) \times (283/(273+T))$$

dove P è la pressione atmosferica in millibar, T la temperatura in gradi Celsius, e R_0 la rifrazione standard.

Parallasse Lunare e Correzioni Topocentriche

La Luna, essendo relativamente vicina alla Terra (distanza media ~384.400 km), mostra una parallasse significativa che varia a seconda della posizione dell'osservatore sulla Terra. La parallasse orizzontale π , ovvero l'angolo sotto cui il raggio terrestre è visto dalla Luna, è:

$$\pi = \arcsin(R_{\text{Terra}} / d_{\text{Luna}}) \approx 57' \text{ per la distanza media}$$

dove $R_{\text{Terra}} \approx 6371$ km. Poiché la distanza lunare varia tra circa 356.500 km (perigeo) e 406.700 km (apogeo) a causa dell'eccentricità orbitale, la parallasse varia corrispondentemente:

$$\pi_{\text{max}} \approx \arcsin(6371/356500) \approx 61,4' \text{ (al perigeo)} \quad \pi_{\text{min}} \approx \arcsin(6371/406700) \approx 53,8' \text{ (all'apogeo)}$$

La parallasse sposta la posizione apparente della Luna rispetto a quella geocentrica. Per un osservatore a latitudine φ , l'altezza apparente h' della Luna con altezza geocentrica h è:

$$h' = h - \pi \times \cos(h)$$

All'orizzonte ($h = 0^\circ$), lo spostamento massimo è uguale alla parallasse stessa, circa un grado. Questo significa che la Luna sorge e tramonta circa un grado (due diametri lunari) più tardi rispetto al calcolo geocentrico.

Per calcoli archeoastronomici precisi di allineamenti lunari, specialmente per i lunistizi, questa correzione topocentrica è essenziale.

Archeoastronomia Quantitativa - Approfondimenti

Parte IX: Cicli Lunari Complessi e Geometria delle Eclissi

Il Ciclo Nodale Lunare e i Lunistizi

La Luna compie un moto orbitale complesso che include diversi cicli sovrapposti. Il ciclo nodale di 18,61 anni è particolarmente importante per l'archeoastronomia perché determina le variazioni estreme delle posizioni di sorgere e tramontare lunare lungo l'orizzonte.

L'orbita lunare è inclinata di circa $i_{\text{Luna}} \approx 5,145^\circ$ rispetto al piano dell'eclittica. I punti in cui l'orbita lunare interseca l'eclittica sono chiamati nodi, e la linea che li congiunge (linea dei nodi) non è fissa ma ruota lentamente in direzione retrograda, completando un giro in:

$$T_{\text{nodi}} = 18,613 \text{ anni} = 6793,48 \text{ giorni}$$

Questa precessione dei nodi causa variazioni periodiche nella declinazione massima e minima raggiunta dalla Luna. Quando la Luna si trova al massimo della sua escursione nord, con i nodi orientati favorevolmente, raggiunge una declinazione:

$$\delta_{\max} = \varepsilon + i_{\text{Luna}} \approx 23,44^\circ + 5,145^\circ \approx 28,58^\circ$$

Questo è chiamato **lunistizio maggiore nord**. Al lunistizio minore nord, quando i nodi sono orientati sfavorevolmente:

$$\delta_{\min} = \varepsilon - i_{\text{Luna}} \approx 23,44^\circ - 5,145^\circ \approx 18,30^\circ$$

Analogamente, esistono lunistizi maggiori e minori sud con declinazioni di circa $-28,58^\circ$ e $-18,30^\circ$.

Gli azimut corrispondenti di sorgere e tramontare ai lunistizi dipendono dalla latitudine. Per la latitudine di Stonehenge ($\varphi = 51,18^\circ$), possiamo calcolare gli azimut usando:

$$\cos(A) = \sin(\delta) / (\cos(\varphi))$$

per un orizzonte matematico. Per il lunistizio maggiore nord ($\delta = 28,58^\circ$):

$$\cos(A) = \sin(28,58^\circ) / \cos(51,18^\circ) = 0,4784 / 0,6293 = 0,7602 \quad A \approx 40,5^\circ \text{ (sorgere) e } 319,5^\circ \text{ (tramontare)}$$

Confrontando con i solstizi solari ($A \approx 50^\circ$ per il solstizio d'estate a Stonehenge), vediamo che la Luna ai lunistizi maggiori sorge circa 10° più a nord del Sole al solstizio d'estate.

Periodicità Multiple: Mesi Sinodici, Draconici e Anomalistici

La Luna presenta tre periodi orbitali fondamentali, ciascuno definito rispetto a un punto di riferimento diverso:

Mese sinodico (lunazione): Periodo tra fasi identiche consecutive $T_{\text{sin}} = 29,530589$ giorni

Mese siderale: Periodo rispetto alle stelle fisse $T_{\text{sid}} = 27,321662$ giorni

Mese tropico: Periodo rispetto al punto vernale $T_{\text{trop}} = 27,321582$ giorni

Mese draconico: Periodo tra passaggi consecutivi dello stesso nodo $T_{\text{drac}} = 27,212221$ giorni

Mese anomalistico: Periodo tra passaggi consecutivi al perigeo $T_{\text{anom}} = 27,554550$ giorni

La relazione tra questi periodi non è commensurabile, ma esistono quasi-commensurabilità che generano cicli importanti:

Ciclo di Saros (già discusso): $223 \times T_{\text{sin}} \approx 242 \times T_{\text{drac}} \approx 239 \times T_{\text{anom}} \approx 6585,32$ giorni

Ciclo di Metone (lunare): $235 \times T_{\text{sin}} \approx 19 \times 365,2422$ giorni $\approx 6939,69$ giorni

La differenza tra questi due cicli importanti è:

$$6939,69 - 6585,32 = 354,37 \text{ giorni} \approx 12 \times T_{\text{sin}}$$

Questo corrisponde a circa un anno lunare (12 lunazioni).

Equazione del Centro Lunare e Variazioni di Velocità Orbitale

Analogamente all'equazione del centro solare, la Luna mostra variazioni nella sua velocità orbitale dovute all'eccentricità dell'orbita. L'equazione del centro lunare EC_Luna esprime la differenza tra la longitudine vera v e l'anomalia media M :

$$EC_{\text{Luna}} = v - M = (2 \times e - e^3/4) \times \sin(M) + (5 \times e^2/4) \times \sin(2M) + (13 \times e^3/12) \times \sin(3M) + \dots$$

dove $e \approx 0,0549$ è l'eccentricità media dell'orbita lunare. Sostituendo:

$$EC_{\text{Luna}} \approx 6,289^\circ \times \sin(M) + 0,214^\circ \times \sin(2M) + 0,058^\circ \times \sin(3M) + \dots$$

Il termine principale di circa $6,3^\circ$ è molto maggiore dell'equazione del centro solare (circa $1,9^\circ$), riflettendo la maggiore eccentricità dell'orbita lunare.

Evection e Variazione: Perturbazioni Solari sull'Orbita Lunare

Le perturbazioni gravitazionali del Sole sull'orbita lunare causano variazioni periodiche complesse. Le due perturbazioni più grandi sono:

Evection: Scoperta da Tolomeo, ha periodo di circa 31,8 giorni e ampiezza massima di $1,27^\circ$. È causata dalla variazione della forza solare sulla Luna mentre la distanza Terra-Sole cambia. La formula è:

$$\Delta\lambda_{\text{evec}} = 1,274^\circ \times \sin(2D - M)$$

dove D è l'elongazione media della Luna dal Sole (ovvero la differenza tra le longitudini eclittiche di Luna e Sole).

Variazione: Scoperta da Tycho Brahe, ha periodo di circa 14,8 giorni (metà mese sinodico) e ampiezza massima di $0,66^\circ$:

$$\Delta\lambda_{\text{var}} = 0,658^\circ \times \sin(2D)$$

L'equazione completa per la longitudine eclittica lunare deve includere oltre cinquanta termini periodici per raggiungere accuratezza al secondo d'arco. La serie principale è:

$$\lambda_{\text{Luna}} = L + \sum_i A_i \times \sin(n_i \times D + m_i \times M + p_i \times M' + q_i \times F)$$

dove:

- L è la longitudine media
- D è l'elongazione (distanza angolare dal Sole)
- M è l'anomalia media lunare
- M' è l'anomalia media solare
- F è l'argomento di latitudine della Luna

I coefficienti più grandi sono:

- Equazione del centro: $+6,289^\circ \times \sin(M)$
- Evection: $+1,274^\circ \times \sin(2D - M)$
- Variazione: $+0,658^\circ \times \sin(2D)$
- Equazione annuale: $-0,186^\circ \times \sin(M')$

Geometria delle Eclissi: Condizioni e Calcolo delle Fasce di Totalità

Un'eclisse solare si verifica quando la Luna nuova passa sufficientemente vicino a uno dei nodi della sua orbita, permettendo l'allineamento Sole-Luna-Terra. Le condizioni geometriche precise sono:

1. **Condizione di fase:** Luna nuova (congiunzione in longitudine eclittica)
2. **Condizione nodale:** Latitudine eclittica lunare $\beta < \beta_{\text{limite}}$

Il limite di latitudine per un'eclisse visibile dipende dai diametri apparenti angolari di Sole e Luna e dalle loro distanze dalla Terra. Il diametro angolare apparente è:

$$\theta_{\text{Sole}} = 2 \times \arctan(R_{\text{Sole}} / d_{\text{Sole}}) \approx 32' \text{ (varia tra } 31,5' \text{ e } 32,5') \quad \theta_{\text{Luna}} = 2 \times \arctan(R_{\text{Luna}} / d_{\text{Luna}}) \approx 31' \text{ (varia tra } 29,4' \text{ e } 33,5')$$

La variazione è dovuta alle orbite ellittiche. Un'eclisse totale si verifica quando $\theta_{\text{Luna}} > \theta_{\text{Sole}}$, richiedendo che la Luna sia relativamente vicina (vicino al perigeo) e/o il Sole relativamente lontano (vicino all'afelio).

La larghezza della fascia di totalità sulla Terra è determinata dalla geometria dei coni d'ombra. Il raggio dell'ombra lunare al livello della superficie terrestre è approssimativamente:

$$r_{\text{ombra}} \approx (R_{\text{Luna}} - R_{\text{Sole}} \times (d_{\text{Luna}} - R_{\text{Terra}}) / (d_{\text{Sole}}))$$

Tipicamente $r_{\text{ombra}} \approx 100\text{-}270$ km, spiegando perché le eclissi totali sono osservabili solo da una stretta fascia geografica.

Il Ciclo di Inex e Altri Periodi Eclissali

Oltre al ciclo di Saros, esistono altri periodi utili per la predizione delle eclissi:

Ciclo di Inex: 358 mesi sinodici $\approx 388,5$ mesi draconici Durata: $358 \times 29,531 = 10571$ giorni $\approx 28,945$ anni

Dopo un ciclo di Inex, si verifica un'eclisse con geometria simile ma con il Sole spostato di circa 30° lungo l'eclittica, quindi in una diversa stagione.

Ciclo di Tritos: 135 mesi sinodici ≈ 146 mesi draconici Durata: $135 \times 29,531 = 3986,7$ giorni $\approx 10,914$ anni

La combinazione di Saros e Inex permette la costruzione di "famiglie" di eclissi correlate. Ogni famiglia di Saros contiene circa 70-80 eclissi che si susseguono a intervalli di circa 18

anni, con la fascia di totalità che si sposta gradualmente da polo a polo nel corso di circa 1300 anni.

Magnitudine e Oscuramento nelle Eclissi

La **magnitudine** di un'eclisse è definita come la frazione del diametro solare coperto dalla Luna al massimo dell'eclisse:

$$m = (d_{\text{Sole}} + d_{\text{Luna}} - \text{separazione}) / (2 \times d_{\text{Sole}})$$

dove tutti i valori sono diametri angolari. Per un'eclisse totale centrale, $m > 1$; per un'eclisse anulare, $m < 1$.

L'**oscuramento** è la frazione dell'area del disco solare coperto:

$$\text{Oscuramento} = (\text{Area}_{\text{coperta}}) / (\text{Area}_{\text{totale_Sole}})$$

La relazione tra magnitudine e oscuramento non è lineare. Per un'eclisse di magnitudine $m = 0,5$ (metà del diametro coperto), l'oscuramento è circa 40% (meno della metà dell'area), poiché la geometria circolare concentra più area al centro del disco.

Per calcolare l'oscuramento da una magnitudine data:

$$\text{Oscuramento} = (1/(\pi \times r^2)) \times [r^2 \times \arccos(x/r) + R^2 \times \arccos(y/R) - 0,5 \times \sqrt{((r+R)^2 - d^2)} \times \sqrt{(d^2 - (r-R)^2)}]$$

dove r e R sono i raggi angolari di Luna e Sole, d è la separazione tra i centri, e x , y sono funzioni geometriche complesse di r , R e d .

Archeoastronomia Quantitativa - Approfondimenti

Parte X: Metodi Statistici Avanzati e Analisi Multivariata

Distribuzione di von Mises e Statistica Circolare

Gli orientamenti architettonici sono dati circolari (angoli tra 0° e 360°) e richiedono metodi statistici specializzati che rispettino la topologia circolare dello spazio degli azimut. La distribuzione di von Mises è l'analogo circolare della distribuzione normale gaussiana.

La funzione di densità di probabilità di von Mises è:

$$f(\theta; \mu, \kappa) = [1/(2\pi \times I_0(\kappa))] \times \exp[\kappa \times \cos(\theta - \mu)]$$

dove:

- θ è l'angolo osservato
- μ è la direzione media (analogo della media)
- κ è il parametro di concentrazione (analogo dell'inverso della varianza)
- $I_0(\kappa)$ è la funzione di Bessel modificata di ordine zero

Per $\kappa \rightarrow 0$, la distribuzione diventa uniforme sul cerchio (orientamenti completamente casuali). Per $\kappa \rightarrow \infty$, la distribuzione diventa concentrata attorno a μ .

Il parametro κ può essere stimato dai dati mediante la relazione con la lunghezza media del vettore risultante $\bar{R}$:

$$A(\kappa) = I_1(\kappa)/I_0(\kappa) \approx \bar{R}$$

dove I_1 è la funzione di Bessel modificata di ordine uno, e $\bar{R}$ è calcolato come:

$$\bar{R} = \sqrt{[(\sum \cos(\theta_i))^2 + (\sum \sin(\theta_i))^2]/N}$$

Test di Rayleigh per Uniformità Circolare

Il test di Rayleigh verifica l'ipotesi nulla che gli orientamenti siano uniformemente distribuiti sul cerchio (casuali) contro l'alternativa che esista una direzione preferenziale.

La statistica di test è:

$$Z = N \times \bar{R}^2$$

dove N è il numero di osservazioni e $\bar{R}$ la lunghezza media del vettore risultante. Sotto l'ipotesi nulla di uniformità, Z segue approssimativamente una distribuzione esponenziale per N grande.

Il valore p può essere approssimato da:

$$p \approx \exp(-Z) \times [1 + (2Z - Z^2)/(4N) - (24Z - 132Z^2 + 76Z^3 - 9Z^4)/(288N^2)]$$

Se $p < 0,05$, rigettiamo l'ipotesi nulla e concludiamo che esiste una direzione preferenziale significativa.

Esempio: Supponiamo di avere $N = 30$ orientamenti di templi con:

$$\sum \cos(\theta_i) = 18,4 \text{ e } \sum \sin(\theta_i) = 22,1$$

$$\text{Calcoliamo: } \bar{R} = \sqrt{(18,4^2 + 22,1^2)/30} = \sqrt{(338,56 + 488,41)/30} = 28,76/30 = 0,959 \quad Z = 30 \times (0,959)^2 = 30 \times 0,919 = 27,58$$

Questo valore molto alto di Z indica clustering fortissimo. Il valore p è praticamente zero, permettendo di rigettare con grande confidenza l'ipotesi di uniformità.

Test di Watson per Differenze tra Due Distribuzioni Circolari

Quando vogliamo confrontare le distribuzioni di orientamenti di due gruppi di strutture (ad esempio, strutture di due periodi cronologici diversi), possiamo usare il test di Watson, l'analogo circolare del test di Kolmogorov-Smirnov.

La statistica di test U^2 di Watson è basata sulla massima differenza tra le funzioni di distribuzione cumulativa empirica dei due campioni:

$$U^2 = (N_1 \times N_2) / (N_1 + N_2) \times \int_0^{2\pi} [F_1(\theta) - F_2(\theta) - \bar{d}]^2 d\theta / (2\pi)$$

dove F_1 e F_2 sono le funzioni di distribuzione cumulativa empirica dei due campioni, e $\bar{d}$ è la differenza media.

Per campioni grandi, U^2 ha una distribuzione asintotica nota, permettendo il calcolo di valori p critici. Valori di $U^2 > 0,187$ sono significativi al livello $p < 0,05$.

Kernel Density Estimation per Distribuzioni di Azimut

Per visualizzare la distribuzione degli orientamenti senza assumere una forma parametrica specifica, possiamo usare la stima di densità kernel circolare:

$$\hat{f}(\theta) = (1/(N \times h)) \times \sum_i K((\theta - \theta_i)/h)$$

dove K è una funzione kernel circolare (ad esempio, il kernel di von Mises) e h è il parametro di smoothing (bandwidth).

Un kernel comunemente usato è il kernel di von Mises:

$$K(x) = [1/(2\pi \times I_0(\kappa))] \times \exp[\kappa \times \cos(x)]$$

La scelta ottimale del bandwidth h dipende dal trade-off tra bias (troppo smooth) e varianza (troppo noisy). Una regola empirica è:

$$h_{\text{ottimale}} \approx 1,06 \times \sigma \times N^{-0.2}$$

dove σ è una stima robusta della dispersione circolare.

Analisi di Fourier per Periodicità negli Orientamenti

Possiamo cercare periodicità nella distribuzione degli orientamenti mediante analisi di Fourier circolare. L'espansione in serie di Fourier della densità di orientamenti è:

$$f(\theta) = a_0/2 + \sum_k [a_k \times \cos(k\theta) + b_k \times \sin(k\theta)]$$

dove i coefficienti sono:

$$a_k = (1/\pi) \times \int_0^{2\pi} f(\theta) \times \cos(k\theta) d\theta \quad b_k = (1/\pi) \times \int_0^{2\pi} f(\theta) \times \sin(k\theta) d\theta$$

Per dati discreti, questi integrali diventano somme:

$$a_k = (2/N) \times \sum_i \cos(k\theta_i) \quad b_k = (2/N) \times \sum_i \sin(k\theta_i)$$

L'ampiezza della k-esima armonica è:

$$A_k = \sqrt{(a_k^2 + b_k^2)}$$

Se troviamo che A_4 (quarta armonica, periodo 90°) è particolarmente grande, questo suggerisce una preferenza per orientamenti cardinali (N-S, E-W). Se A_2 è dominante, indica una preferenza per due direzioni opposte (tipico di strutture allungate).

Correzione di Bonferroni e Family-Wise Error Rate

Quando testiamo multiple ipotesi simultaneamente (ad esempio, verificando allineamenti verso il Sole ai solstizi, equinozi, e verso varie stelle), la probabilità di ottenere almeno un risultato falso positivo aumenta drammaticamente.

Se eseguiamo m test indipendenti, ciascuno al livello di significatività α , la probabilità di almeno un errore di tipo I (falso positivo) è:

$$\text{FWER} = 1 - (1 - \alpha)^m$$

Per $m = 20$ test e $\alpha = 0,05$:

$$\text{FWER} = 1 - (0,95)^{20} \approx 1 - 0,358 = 0,642$$

Ovvero circa 64% di probabilità di almeno un falso positivo!

La correzione di Bonferroni mantiene il FWER al livello desiderato dividendo il livello di significatività per test:

$$\alpha_{\text{Bonferroni}} = \alpha/m$$

Per mantenere $\text{FWER} = 0,05$ con $m = 20$ test:

$$\alpha_{\text{Bonferroni}} = 0,05/20 = 0,0025$$

Quindi ogni test individuale deve raggiungere $p < 0,0025$ per essere considerato significativo.

Una correzione meno conservativa è il metodo di Holm-Bonferroni:

1. Ordinare i valori p dal più piccolo al più grande: $p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_m$
2. Per il primo test, richiedere $p_1 < \alpha/m$
3. Per il secondo test, richiedere $p_2 < \alpha/(m-1)$
4. Continuare finché $p_k \geq \alpha/(m-k+1)$, quindi rigettare tutte le ipotesi fino a $k-1$

Analisi di Potenza Statistica

La potenza di un test statistico è la probabilità di rigettare correttamente l'ipotesi nulla quando è effettivamente falsa:

$$\text{Potenza} = 1 - \beta$$

dove β è la probabilità di errore di tipo II (falso negativo).

Per il test binomiale di allineamenti, supponiamo:

- H_0 : La probabilità di allineamento casuale è $p_0 = 0,05$
- H_1 : La vera probabilità di allineamento intenzionale è $p_1 = 0,20$
- Numero di strutture: $N = 50$
- Livello di significatività: $\alpha = 0,05$

Sotto H_0 , il numero atteso di allineamenti è $N \times p_0 = 2,5$. La regione critica per rigettare H_0 (usando distribuzione binomiale) richiede $k \geq k_{\text{critico}}$ allineamenti, dove k_{critico} è determinato da:

$$\sum_{k=k_{\text{critico}}}^N C(N,k) \times p_0^k \times (1-p_0)^{(N-k)} \leq \alpha$$

Per $N = 50$, $p_0 = 0,05$, $\alpha = 0,05$, troviamo $k_{\text{critico}} \approx 6$.

La potenza è quindi:

$$\text{Potenza} = \sum_{k=6}^{50} C(50,k) \times 0,20^k \times 0,80^{(50-k)} \approx 0,995$$

Ovvero circa 99,5% di probabilità di rilevare allineamenti intenzionali se la vera proporzione è 20%.

Regressione Logistica per Fattori Multipli

Quando vogliamo modellare la probabilità di allineamento in funzione di molteplici variabili predittive (epoca di costruzione, latitudine, tipo di struttura, cultura), possiamo usare la regressione logistica:

$$\log(p/(1-p)) = \beta_0 + \beta_1 \times X_1 + \beta_2 \times X_2 + \dots + \beta_n \times X_n$$

dove p è la probabilità di allineamento e X_i sono le variabili predittive.

Esempio: Modellare la probabilità che un tempio sia allineato ai solstizi in funzione di:

- X_1 = latitudine (gradi nord)
- X_2 = epoca (secoli prima del presente)
- X_3 = tipo (1 = funerario, 0 = altro)

Stimando i coefficienti β da un dataset di templi noti, possiamo poi predire la probabilità di allineamento per nuove strutture e testare quali fattori sono significativamente associati agli allineamenti astronomici.

Archeoastronomia Quantitativa - Approfondimenti

Parte XI: Tecniche Moderne di Rilevamento e Fotogrammetria

Fotogrammetria Structure-from-Motion per Rilievi Tridimensionali

La fotogrammetria moderna, particolarmente la tecnica Structure-from-Motion (SfM), permette la ricostruzione tridimensionale precisa di strutture archeologiche da serie di fotografie sovrapposte. Il principio si basa sulla triangolazione di punti visibili in multiple immagini da angolazioni diverse.

Il processo SfM si articola in fasi:

1. **Feature Detection:** Identificazione di punti caratteristici in ogni immagine usando algoritmi come SIFT (Scale-Invariant Feature Transform) o SURF (Speeded-Up Robust Features)
2. **Feature Matching:** Corrispondenza dei punti tra immagini diverse
3. **Bundle Adjustment:** Ottimizzazione simultanea delle posizioni delle camere e delle coordinate 3D dei punti. La funzione obiettivo minimizzata è:

$$\min \sum_i \sum_j \rho(\|\pi(P_i, X_j) - x_{ij}\|^2)$$

dove:

- P_i è la posizione e orientamento della i -esima camera
 - X_j sono le coordinate 3D del j -esimo punto
 - π è la funzione di proiezione prospettica
 - x_{ij} sono le coordinate 2D osservate del punto j nell'immagine i
 - ρ è una funzione robusta (ad es. Huber) che riduce l'influenza di outlier
4. **Dense Reconstruction:** Creazione di una nuvola di punti densa mediante algoritmi di stereo matching

La precisione ottenibile con SfM dipende dalla risoluzione delle immagini, dalla geometria di acquisizione e dalla calibrazione della camera. Per strutture di dimensioni metriche, precisioni di 1-5 mm sono routinariamente raggiungibili.

LiDAR Terrestre e Aereo: Principi Fisici e Accuratezza

Il LiDAR (Light Detection and Ranging) misura distanze mediante il tempo di volo di impulsi laser:

$$d = (c \times \Delta t)/2$$

dove $c \approx 299.792.458$ m/s è la velocità della luce e Δt il tempo tra emissione e ricezione dell'impulso. Il fattore $1/2$ deriva dal fatto che la luce percorre la distanza due volte (andata e ritorno).

Per impulsi laser con durata $\tau \approx 3\text{-}10$ nanosecondi, la risoluzione temporale dei moderni LiDAR è dell'ordine di 1 nanosecondo, corrispondente a una risoluzione spaziale di:

$$\Delta d = c \times \Delta t / 2 \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s} \times 10^{-9} \text{ s} / 2 \approx 0,15 \text{ m}$$

Tuttavia, mediante tecniche di sovracampionamento e analisi della forma dell'impulso di ritorno, la precisione effettiva raggiunge 5-10 mm per LiDAR terrestri.

Il LiDAR aereo (ALS, Airborne Laser Scanning) ha densità di punti inferiore ma copre aree estese. La spaziatura dei punti dipende dall'altezza di volo h , dalla frequenza di ripetizione degli impulsi (PRF) e dalla velocità dell'aereo v :

$$\text{Spaziatura} \approx v / \text{PRF}$$

Per voli tipici con $h = 500 \text{ m}$, $v = 50 \text{ m/s}$, $\text{PRF} = 100 \text{ kHz}$, otteniamo circa 2000 punti/m², permettendo di rilevare variazioni topografiche di pochi centimetri.

Determinazione di Azimut mediante GNSS Differenziale

I sistemi GNSS (Global Navigation Satellite Systems) come GPS, GLONASS, Galileo permettono la determinazione precisa di posizioni e, mediante tecniche differenziali, di orientamenti.

Per determinare l'azimut di una linea AB, misuriamo le coordinate geodetiche precise (latitudine ϕ , longitudine λ , altezza h) dei punti A e B mediante GNSS differenziale (DGNSS) o cinematico in tempo reale (RTK).

Le coordinate cartesiane geocentriche sono:

$$X = (N + h) \times \cos(\phi) \times \cos(\lambda) \quad Y = (N + h) \times \cos(\phi) \times \sin(\lambda) \quad Z = (N \times (1 - e^2) + h) \times \sin(\phi)$$

dove $N = a / \sqrt{(1 - e^2 \times \sin^2(\phi))}$ è il raggio di curvatura primo verticale, $a \approx 6.378.137 \text{ m}$ è il semiasse maggiore dell'ellissoide WGS84, e $e^2 \approx 0,00669438$ è la prima eccentricità al quadrato.

Il vettore differenza $\Delta X = X_B - X_A$ viene poi trasformato in coordinate topocentriche locali (est, nord, su):

$$\begin{bmatrix} E \\ N \\ U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin(\lambda_A) & \cos(\lambda_A) & 0 \\ \cos(\phi_A)\cos(\lambda_A) & \cos(\phi_A)\sin(\lambda_A) & \sin(\phi_A) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

L'azimut α dal nord vero è:

$$\alpha = \arctan2(E, N)$$

dove $\arctan2$ è la funzione arcotangente a due argomenti che preserva il quadrante.

Con GNSS RTK, le precisioni orizzontali raggiungono 1-2 cm, permettendo determinazione di azimut con incertezze di:

$$\Delta\alpha \approx \arctan(\Delta p/d)$$

dove $\Delta p \approx 2$ cm è l'incertezza di posizione e d la lunghezza della baseline. Per $d = 100$ m:

$$\Delta\alpha \approx \arctan(0,02/100) \approx 0,02/100 \text{ radianti} \approx 0,0115^\circ \approx 41 \text{ secondi d'arco}$$

Modelli Digitali del Terreno e Calcolo degli Orizzonti

I Modelli Digitali di Elevazione (DEM) moderni, come quelli da SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) o da LiDAR aereo, permettono il calcolo computazionale dei profili dell'orizzonte in ogni direzione da un punto di osservazione.

Dato un DEM con risoluzione spaziale $\Delta x \times \Delta y$ e un punto di osservazione $P = (x_0, y_0, z_0)$, l'altezza dell'orizzonte nella direzione azimutale α si calcola mediante ray-tracing:

Per ogni punto $Q = (x_0 + r \times \sin(\alpha), y_0 + r \times \cos(\alpha), z_{\text{DEM}}(Q))$ lungo la direzione α :

$$h(r) = \arctan((z_{\text{DEM}}(Q) - z_0)/r)$$

L'altezza dell'orizzonte $H(\alpha)$ è il massimo di $h(r)$ su tutti i punti visibili:

$$H(\alpha) = \max_r h(r)$$

considerando anche la curvatura terrestre per distanze > 5 km:

$$r_{\text{curv}} = r \times (1 - r/(2 \times R_{\text{Terra}}))$$

dove $R_{\text{Terra}} \approx 6371$ km.

Per un DEM con risoluzione 10 m e raggio di ricerca 30 km, il calcolo dell'orizzonte a 360 azimut con step di 1° richiede l'interrogazione di circa:

$$N_{\text{punti}} \approx 360 \times (30000 \text{ m} / 10 \text{ m}) \approx 1.080.000 \text{ punti}$$

Algoritmi ottimizzati basati su algoritmi di visibilità possono ridurre la complessità computazionale da $O(N^2)$ a $O(N \log N)$.

Calibrazione di Camere e Correzione delle Distorsioni Ottiche

Per fotogrammetria accurata, le camere devono essere calibrate per determinare i parametri intrinseci ed estrinseci. Il modello di camera pinhole con distorsione è:

$$[u] [f_x \gamma c_x] [X_c/Z_c] [v] = [0 f_y c_y] [Y_c/Z_c] [1] [0 \ 0 \ 1] [1]$$

dove (u,v) sono le coordinate pixel, (X_c, Y_c, Z_c) le coordinate nella frame della camera, f_x e f_y le lunghezze focali in pixel, (c_x, c_y) il punto principale, e γ il parametro di skew.

Le distorsioni radiali e tangenziali sono modellate come:

$$x_{\text{distorto}} = x \times (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + [2p_1 xy + p_2(r^2 + 2x^2)] \quad y_{\text{distorto}} = y \times (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + [p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2 xy]$$

dove $r^2 = x^2 + y^2$, k_i sono i coefficienti di distorsione radiale, e p_i i coefficienti di distorsione tangenziale.

La calibrazione si effettua fotografando pattern noti (scacchiere) da multiple angolazioni e minimizzando l'errore di riproiezione mediante ottimizzazione non lineare.

Integrazione di Multiple Fonti di Dati: Fusione Sensor

L'integrazione di dati da GNSS, LiDAR, fotogrammetria e stazioni totali richiede algoritmi di fusione che ottimizzano la coerenza geometrica complessiva.

Un approccio comune è il bundle adjustment globale che minimizza:

$$E = \sum_i w_{\text{GNSS}} \times \|P_{\text{GNSS},i} - P_i\|^2 + \sum_j w_{\text{LiDAR}} \times \|P_{\text{LiDAR},j} - P_j\|^2 + \sum_k w_{\text{foto}} \times \|\pi(P_k) - x_k\|^2$$

dove i pesi w riflettono la precisione relativa di ciascuna fonte di dati.

La matrice di covarianza dei parametri stimati P fornisce informazioni sull'incertezza:

$$\text{Cov}(P) = \sigma^2 \times (J^T \times W \times J)^{-1}$$

dove J è la matrice Jacobiana delle derivate parziali, W la matrice dei pesi, e σ^2 la varianza unitaria stimata dai residui.

Archeoastronomia Quantitativa - Approfondimenti

Parte XII: Casi Studio con Analisi Matematica Dettagliata

Maeshowe (Orkney): Illuminazione Solstiziale e Geometria del Corridoio

Il tumulo neolitico di Maeshowe nelle Isole Orcadi (Scozia) presenta un allineamento solstiziale simile a Newgrange ma con geometria e latitudine diverse. Il corridoio di accesso, lungo circa 11 metri, è orientato con azimut di circa 224° (sud-ovest), puntando verso il tramonto del Sole al solstizio d'inverno.

La latitudine di Maeshowe è $\varphi \approx 58,99^\circ$ nord, significativamente più settentrionale di Newgrange ($53,69^\circ$). Questa differenza di latitudine modifica drasticamente l'azimut del tramonto solstiziale.

Per calcolare l'azimut teorico del tramonto al solstizio d'inverno, usiamo:

$$\sin(h) = \sin(\varphi) \times \sin(\delta) + \cos(\varphi) \times \cos(\delta) \times \cos(A - 180^\circ)$$

dove h è l'altezza sull'orizzonte ($\approx 0^\circ$ per il tramonto), $\delta \approx -23,44^\circ$ la declinazione al solstizio d'inverno, e A l'azimut misurato da nord.

Al tramonto ($h \approx 0^\circ$), questa si semplifica a:

$$0 = \sin(58,99^\circ) \times \sin(-23,44^\circ) + \cos(58,99^\circ) \times \cos(-23,44^\circ) \times \cos(A - 180^\circ)$$

Risolviendo per A :

$$\cos(A - 180^\circ) = -\sin(58,99^\circ) \times \sin(-23,44^\circ) / [\cos(58,99^\circ) \times \cos(-23,44^\circ)] \quad \cos(A - 180^\circ) = -0,857 \times (-0,398) / (0,515 \times 0,917) = 0,341 / 0,472 = 0,723$$

$$A - 180^\circ = \arccos(0,723) = 43,7^\circ \quad A = 223,7^\circ$$

Considerando l'obliquità maggiore nel 3000 a.C. ($\epsilon \approx 23,93^\circ$), otteniamo $\delta \approx -23,93^\circ$ e:

$$A \approx 224,3^\circ$$

La corrispondenza con l'azimut misurato di 224° è eccellente, confermando l'allineamento intenzionale.

La geometria interna di Maeshowe è particolarmente sofisticata. Il corridoio ha una sezione trasversale di circa 0,9 m di larghezza $\times$ 1,3 m di altezza. L'angolo di elevazione del pavimento del corridoio è circa $2,5^\circ$ verso l'alto procedendo dall'esterno verso la camera centrale.

Questa inclinazione fa sì che i raggi solari al tramonto solstiziale, entrando orizzontalmente nell'apertura esterna, colpiscano il muro posteriore della camera centrale anziché il pavimento. L'angolo di incidenza dei raggi sul muro è:

$$\theta_{\text{incidenza}} = 90^\circ - 2,5^\circ = 87,5^\circ$$

quasi perpendicolare, massimizzando l'illuminazione.

Chaco Canyon: Allineamenti Multipli e Architettura Solare Puebloan

Il complesso cerimoniale di Chaco Canyon (Nuovo Messico, USA) presenta numerose strutture con allineamenti solari e lunari. La Grande Kiva di Casa Rinconada mostra un sistema particolarmente elaborato.

Casa Rinconada ha forma circolare con diametro di circa 19,3 metri. L'asse principale della struttura, definito dalla posizione di nicchie e aperture, è orientato con azimut di circa 15° nord-est. Questo allineamento corrisponde al sorgere del Sole circa 25 giorni prima del solstizio d'estate alla latitudine di Chaco Canyon ($\phi \approx 36,06^\circ$ nord).

Per calcolare la declinazione solare 25 giorni prima del solstizio, usiamo l'approssimazione:

$$\delta(t) \approx 23,44^\circ \times \sin(2\pi \times (t - 81)/365,25)$$

dove t è il giorno dell'anno. Il solstizio d'estate cade circa al giorno $t_{\text{solst}} \approx 172$ (21 giugno), quindi 25 giorni prima corrisponde a $t \approx 147$ (27 maggio):

$$\delta(147) \approx 23,44^\circ \times \sin(2\pi \times 66/365,25) \approx 23,44^\circ \times \sin(65,15^\circ) \approx 23,44^\circ \times 0,908 \approx 21,28^\circ$$

L'azimut di sorgere per questa declinazione a $\varphi = 36,06^\circ$ è:

$$\cos(A) = \sin(21,28^\circ) / \cos(36,06^\circ) = 0,363 / 0,809 = 0,449 \quad A = \arccos(0,449) \approx 63,3^\circ$$

Tuttavia, l'azimut misurato è 15° , che corrisponde a una declinazione molto maggiore. Questo suggerisce che l'allineamento non è verso il sorgere solare ma verso un fenomeno diverso, forse correlato al tramonto o a cicli lunari.

Fajada Butte: Il Marcatore Solare e Calcoli di Illuminazione

Sulla sommità di Fajada Butte a Chaco Canyon si trova un complesso petroglifico con tre lastre di pietra verticali che proiettano ombre su due spirali incise nella roccia. Il fenomeno più notevole si verifica al solstizio d'estate, quando una "daga" di luce penetra esattamente attraverso il centro della spirale maggiore.

Le tre lastre sono posizionate con intervalli di circa 20-30 cm e inclinate di circa $10\text{-}15^\circ$ rispetto alla verticale. L'azimut della faccia delle rocce è circa 145° (sud-est).

La geometria dell'illuminazione può essere modellata considerando la posizione del Sole al mezzogiorno solare del solstizio d'estate. L'altezza del Sole al transito meridiano è:

$$h_{\text{max}} = 90^\circ - \varphi + \delta = 90^\circ - 36,06^\circ + 23,44^\circ = 77,38^\circ$$

L'angolo di incidenza dei raggi solari sulla faccia inclinata della roccia (che ha normale orientata a circa 325° , ovvero nord-ovest, e inclinata di 10° dalla verticale) determina la forma e la posizione delle ombre.

Usando trigonometria vettoriale, il vettore di direzione solare al mezzogiorno del solstizio è:

$$\vec{s} = [\sin(h) \times \sin(A), \sin(h) \times \cos(A), \cos(h)] \quad \vec{s} = [\sin(77,38^\circ) \times \sin(180^\circ), \sin(77,38^\circ) \times \cos(180^\circ), \cos(77,38^\circ)] \quad \vec{s} = [0, -0,976, 0,217]$$

Il vettore normale alla superficie rocciosa inclinata è:

$$\vec{n} = [\sin(10^\circ) \times \sin(325^\circ), \sin(10^\circ) \times \cos(325^\circ), \cos(10^\circ)] \quad \vec{n} \approx [-0,100, 0,142, 0,985]$$

L'angolo di incidenza θ è:

$$\cos(\theta) = |\vec{s} \cdot \vec{n}| = |0 \times (-0,100) + (-0,976) \times 0,142 + 0,217 \times 0,985| \quad \cos(\theta) = |-0,139 + 0,214| = 0,075 \quad \theta \approx 85,7^\circ$$

I raggi incidono quasi tangenzialmente, creando ombre nette e allungate.

Externsteine (Germania): Controversie e Analisi Critica

Le formazioni rocciose di Externsteine in Germania presentano una nicchia con un'apertura circolare che alcuni ricercatori hanno interpretato come dispositivo per osservare il sorgere della Luna ai lunistizi. L'analisi quantitativa rivela interessanti complessità.

La nicchia è a circa 6 metri di altezza sulla parete rocciosa e ha una finestra circolare di diametro circa 30 cm che punta verso azimut di circa 48° . Alla latitudine di Externsteine ($\varphi \approx 51,87^\circ$ nord), l'azimut del sorgere lunare al lunistizio maggiore nord (declinazione $\delta \approx +28,6^\circ$) è:

$$\cos(A) = \sin(28,6^\circ) / \cos(51,87^\circ) = 0,478 / 0,616 = 0,776 \quad A = \arccos(0,776) \approx 39,0^\circ$$

La differenza di 9° tra l'azimut misurato (48°) e quello calcolato (39°) è troppo grande per essere attribuita a incertezze di misura o a correzioni per rifrazione e altezza dell'orizzonte.

Tuttavia, alcuni autori hanno suggerito che la finestra non punta verso il sorgere lunare ma verso una particolare stella. Usando software di astronomia retroattiva per l'epoca medievale (1000-1200 d.C., quando si ritiene che la nicchia sia stata scavata), troviamo che la stella Capella (α Aurigae) sorgeva con azimut di circa 47° quando transitava a un'altezza di circa 5° sopra l'orizzonte, compatibile con la linea di vista dalla finestra.

Questo esempio illustra l'importanza di considerare ipotesi alternative e di non forzare interpretazioni astronomiche quando le corrispondenze quantitative sono insufficienti.

Il Complesso di Nabta Playa: Megaliti Sahariani e Astronomia Africana

Nel deserto del Sahara egiziano, il sito di Nabta Playa (datato circa 6000-5000 a.C.) presenta allineamenti di megaliti che sono stati interpretati come aventi significato astronomico. Due file parallele di pietre, separate da circa 2,7 metri e lunghe circa 4 metri, sono orientate con azimut di circa 70° (est-nord-est).

Alla latitudine di Nabta Playa ($\varphi \approx 22,51^\circ$ nord) e per l'epoca di costruzione (circa 5500 a.C., quando l'obliquità era $\varepsilon \approx 24,04^\circ$), l'azimut del sorgere solare al solstizio d'estate era:

$$\delta = +24,04^\circ$$

$$\cos(A) = \sin(24,04^\circ) / \cos(22,51^\circ) = 0,407 / 0,923 = 0,441 \quad A = \arccos(0,441) \approx 63,8^\circ$$

La differenza di circa 6° tra l'azimut misurato (70°) e quello del sorgere solstiziale (64°) è significativa. Alcuni ricercatori hanno proposto che l'allineamento punti verso il sorgere eliaco di particolari stelle (stelle che diventano visibili per la prima volta all'alba dopo un periodo di invisibilità).

Per l'epoca 5500 a.C., le stelle Sirio, Dubhe (α Ursae Majoris) e varie stelle della costellazione di Orione sorgevano con azimut nell'intervallo $60-75^\circ$ in diversi momenti dell'anno. La verifica rigorosa richiede:

1. Calcolo delle posizioni stellari per l'epoca usando precessione e moto proprio
2. Determinazione delle date di sorgere eliaco (quando la stella sorge poco prima del Sole)

3. Verifica se tali date corrispondono a eventi stagionali significativi (inizio delle piogge, ecc.)

Questa analisi rimane oggetto di ricerca attiva e dibattito.

Riferimenti bibliografici essenziali:

Aveni, A. F. (2001). *Skywatchers: A Revised and Updated Version of Skywatchers of Ancient Mexico*. University of Texas Press.

Krupp, E. C. (1983). *Echoes of the Ancient Skies: The Astronomy of Lost Civilizations*. Harper & Row.

Ruggles, C. (1999). *Astronomy in Prehistoric Britain and Ireland*. Yale University Press.

Schaefer, B. E. (2006). "Case Studies of Three of the Most Famous Claimed Archaeoastronomical Alignments." *Journal for the History of Astronomy*, 37, 1-28.

Šprajc, I. (2018). "Astronomy, Architecture, and Landscape in Prehispanic Mesoamerica." *Journal of Archaeological Research*, 26, 197-251.

Magli, G. (2016). *Archaeoastronomy: Introduction to the Science of Stars and Stones*. Springer.

Belmonte, J. A., & González-García, A. C. (2010). "Accidental Astronomy?" *Archaeoastronomy*, 21, 39-64.

Malville, J. M., & Putnam, C. (1993). *Prehistoric Astronomy in the Southwest*. Johnson Books.